

# Zadání čtvrté série

Termín odevzdání: 10. března

## Čtvrté dějství

### Scéna 1

*Na scénu přichází zamyšlená Veverka.*

VEVERKA No, je asi čas najít Pytlouše nebo Václavka. (*Rozhlíží se po scéně.*) Jou jou hej hou!  
(*Dvakrát přecupitá scénu tam a zpět.*) Václavku! Pytlouši! Kde jste?! (*Chvíli se odmlčí.*)  
No tak? Kde jste kdo? Chci vám pomoci! (*Mračí se a dá si ruce v bok.*)

*Na scénu přichází ježek, provozovatel lesního baru a bar v jedné osobě.*

JEŽEK Nabídnu něco?

VEVERKA Nabízíš i informace?

JEŽEK Jen k jablku.

VEVERKA Tak prosím jablko a informace.

JEŽEK Dvě sudokuny.

VEVERKA Tady. A teď tu informaci. (*Zahryzne se do jablka.*)

JEŽEK Tamhle běží Václavek.

VEVERKA Jako vážně? (*Zadívá se do dálky a klepne se na čelo.*)

JEŽEK Pápá.

*Ježek odchází.*

VEVERKA (*Křičí*) Václavku! Václavku!

VĚTEV VÁCLAVEK (*Přibíhá na scénu.*) Ahoj Veverko! Co potřebuješ?

VEVERKA Chci ti dát peníze na tvůj dluh. Všechno jsem přeměnila na sudokuny.

**Úloha 0.** *Umělecky znázorni směnu Veverčinyh lichokun na sudokuny.*

VĚTEV VÁCLAVEK To nemůžu přijmout, Veverko.

VEVERKA Musíš. Nebuď hloupá větev. Hloupý kdo dává, hloupější kdo nebere.

VĚTEV VÁCLAVEK No dobře. Děkuji ti. Bůh ti to oplatí na kofatech.

VEVERKA Ok.

VĚTEV VÁCLAVEK Fakt ti děkuji. Snad to splatím. Teď musíme najít Pytlouše. Pomůžeš mi?

VEVERKA Samozřejmě.

VĚTEV VÁCLAVEK Tady je jeho adresa.

VEVERKA Tam to znám. To je tady na takové ulici. Mám tady mapu, ale nejsou tam cesty.

VĚTEV VÁCLAVEK Tak je doplníme.

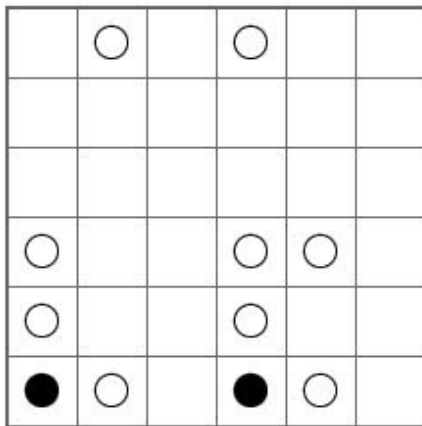
**Úloha 1.** V tabulce byla zakreslená uzavřená cesta, která procházela každým políčkem maximálně jednou. Veverka do ní nakreslila tečky podle následujících pravidel:

- Na **každé** políčko, kterým cesta prochází rovně, ale v alespoň jednom sousedním políčku zahýbá, nakreslila bílou tečku.
- Na **každé** políčko, ve kterém cesta zahýbá, ale v obou sousedních políčkách pokračuje rovně, nakreslila černou tečku.

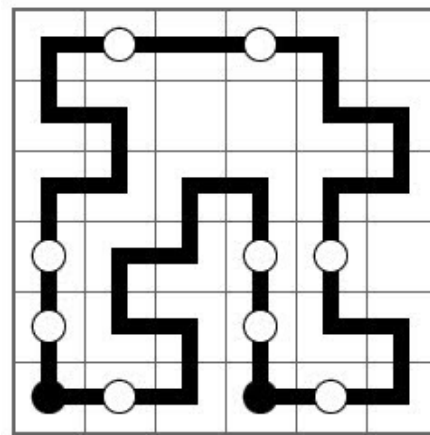
(Pozn.: sousedním políčkem se myslí pouze políčko, na které z daného políčka vede cesta, nikoliv všechna políčka, se kterými je sdílána hrana.)

Poté Veverka cestu smazala. Zjistěte, kudy vedla.

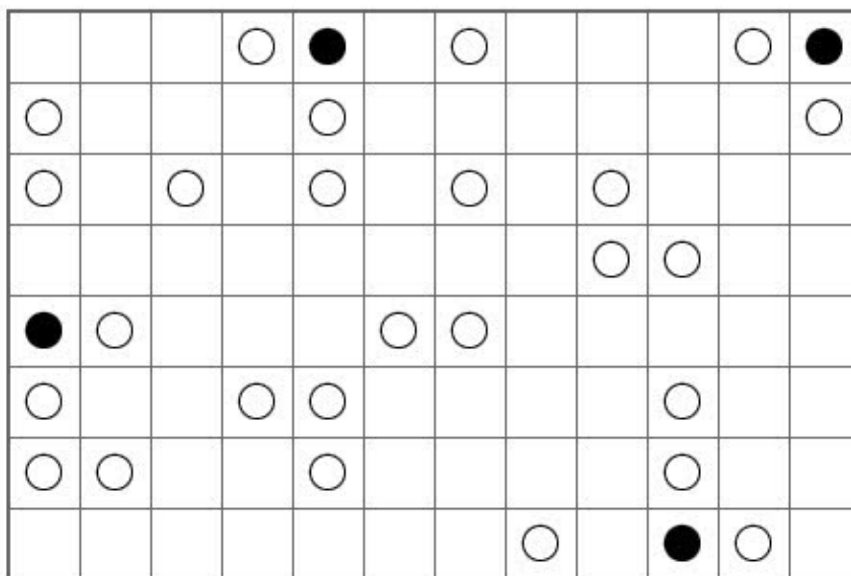
Příklad:



Příklad (jediné) řešení:



Vaše zadání:



VEVERKA Máme to.

VĚTEV VÁCLAVEK Jsme normálně mladí talenti.

VEVERKA No, mladí už ne. . .

VĚTEV VÁCLAVEK Tak já jsem mladý a ty talent.

VEVERKA To dává smysl, protože jsem to vyplnila spíš já.

VĚTEV VÁCLAVEK Tak pojďme za Pytloušem.

VEVERKA Dobře, ale cestou si zahrajeme hru.

VĚTEV VÁCLAVEK Kdybys mě tak nepotěšila, tak řeknu ne.

**Úloha 2.** *Veverka si myslela tříciferné číslo. Sečetla jeho druhou a třetí cifru a odečetla první cifru. Šestnáctinásobek vzniklého čísla napsala na papír. Poté si všimla, že když sečte ciferný součet původního čísla a číslo napsané na papíře, dostane původní číslo. Jaké bylo?*

VĚTEV VÁCLAVEK Asi jsem si zlomil hlavu.

VEVERKA Haha.

*Minuta trapného ticha.*

VĚTEV VÁCLAVEK Veverko, pojďme. Musíme spěchat. Čím dřív to vyřešíme, tím dřív to bude vyřešené. (*Chytne kočku a vybíhají ze scény.*)

*Scéna 2*

*Pytlouš přechází po scéně sem a tam.*

PYTLOUŠ Co těm medvědům řeknu? A kde je najdu? Co budu dělat? Co když to nebude stačit?

*Ježek přichází na scénu.*

JEŽEK Nazdar Pytlouši.

PYTLOUŠ Ahoj ježku. (*Dívají se sobě do očí, toto trvá asi 12 sekund.*)

JEŽEK No to jsme si poklábosili, že?

PYTLOUŠ Haha. . . Velmi. (*Odmlčí se.*) Potřebuješ něco?

JEŽEK Nic. A ty?

PYTLOUŠ No. . . Potřebuju najít medvědy.

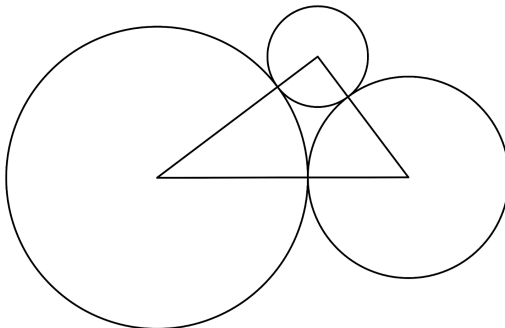
JEŽEK Aha. Zkus se podívat na ten rozcestník. (*Ukáže do prostoru, najednou se shora snese rozcestník.*)

PYTLOUŠ Děkuji ti, ježku.

*Ježek si promne břicho a bez rozloučení odchází.*

PYTLOUŠ Má to zajímavý tvar.

**Úloha 3.** *Tři kruhy jsou položeny tak, že se navzájem dotýkají a jejich středy tvoří pravouhlý trojúhelník, viz obrázek. Jaký poloměr má nejmenší kruh, jestliže zbylé dva kruhy mají poloměry 2 a 3?*



PYTLOUŠ Tudy se vydám. (*Odchází ze scény.*)

*Scéna 3*

*Na scénu přichází Veverka a Václavek.*

VĚTEV VÁCLAVEK Podle mapy máme být před jeho domem.

VEVERKA No, ale my nejsme, ne?

VĚTEV VÁCLAVEK No, nejsme.

VEVERKA No, a co s tím uděláme?

VĚTEV VÁCLAVEK Musíme se zeptat. Hele, zaťukáme a oni nám poradí.

*Václavek ťuká na objekt, který se nedá nazvat domem, ale bydlí se v něm. Po chvíli jim dveře otevře divočák.*

DIVOČÁK Co je?

VĚTEV VÁCLAVEK Dobrý den, nevíte, kde bydlí Pytlouš?

DIVOČÁK A to je kdo?

VĚTEV VÁCLAVEK No, to je srnka.

DIVOČÁK Jo, tady tento. Nevím, ale divoče to bude vědět. Zeptám se ho. (*Zavře dveře.*)

VEVERKA Tak doufejme, že zase otevře.

*Po chvílce čekání se otvírají dveře.*

DIVOČÁK Tak adresa je prý tady na těchto dvou papírcích. To mi dalo divoče. Nevím, třeba to je pravda, třeba ne. Nashle. (*Zabouchne dveře.*)

**Úloha 4.** *Veverka a Václavek mají každý na papírku dvě kladná čísla. Součet čísel na jednom a na druhém papírku je stejný. Dokažte, že pokud jsou čísla na Veverčině papírku stejná, tak součin čísel na Václavkově papírku nemůže být větší než součin čísel na Veverčině papírku.*

VĚTEV VÁCLAVEK (*Směrem k zavřeným dveřím*) Děkujeme. (*Na Veverku*) Pojď, ať to ještě dneska stihneme.

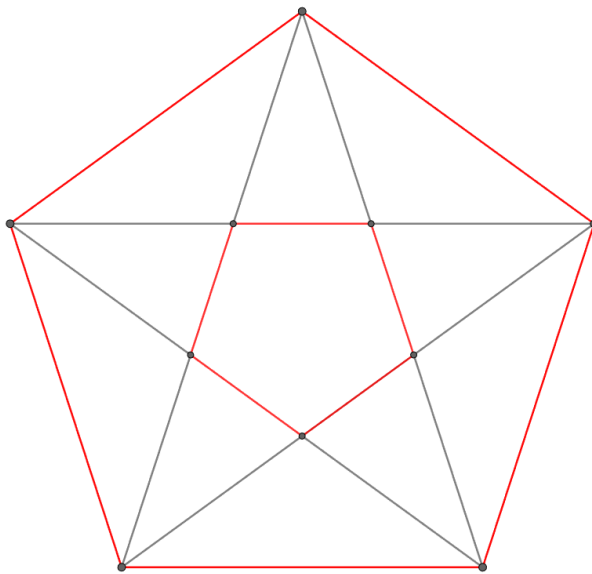
*Oba odchází.*

## Scéna 4

PYTLOUŠ (*Přiběhne na scénu.*) Uff. To je hrozný. Proč bydlí na kopci? A co když tam nebydlí? To bych byl strašně nerad. (*Běží dál, opakovaně vybíhá ze scény a zase vbíhá zpět.*) Ufff. (*Vydýchává se.*) To je náročný. Co to tam ale je? (*Mžourá do prázdna, kam se shora snese prkno zvláštního tvaru.*) Co to je za ceduli? To je znak medvědu! Doufám. . .

**Úloha 5.** Máme pentagram a jemu opsaný pětiúhelník (tj. pravidelný pětiúhelník se všemi pěti úhlopříčkami). Spočítejte poměr stran velkého a malého pětiúhelníku. (Hodnotí se hlavně postup a jeho důkladné vysvětlení.)

*Nápověda: Doporučujeme si k řešení úlohy nastudovat podobné trojúhelníky nebo goniometrické funkce.*



PYTLOUŠ No, vypadá to tak. Musím jít dál.

*Pytlouš vybíhá ze scény. Z opačné strany přichází tři medvědi, sednou si doprostřed a hrajou kostky. Pytlouš se vplíží na kraj scény co nejbliže k divákům a přikrčí se.*

PYTLOUŠ (*Šeptá*) Vypadá to, že je mám.

*Medvědi střídavě hážou kostkami a mumlají.*

MEDVĚD YON Ty nejsi asi úplně nejostřejší tužka v penále, že, Xone?

MEDVĚD XON Zato ty jsi úplný génius. (*Vzteky po něm hodí všechny čtyři kostky.*)

**Úloha 6.** Kolika způsoby může dopadnout hod čtyřmi šestistěnnými kostkami, jestliže jsou navzájem nerozlišitelné? Záleží tedy pouze na tom, jaké hodnoty padnou, a ne na tom, na kterých kostkách (tedy 1112 je stejné jako 1211).

MEDVĚD ZON Pánové, naše hra není už zcela soukromá. Co chceš, ty tam vzadu?

PYTLOUŠ Dobrý den, páni medvědi.

MEDVĚD ZON Aby byl. Co potřebuješ?

PYTLOUŠ Mám splátku!

MEDVĚD YON Ty nám dlužíš? To bych si pamatoval.

PYTLOUŠ To není za mě. To je za mého přítele.

MEDVĚD YON Za koho?

PYTLOUŠ Za větev Václavka. (*Medvědi se začínou hlasitě smát.*)

MEDVĚD XON To máš v kapse 42 kg zlata? (*Zase se začínou smát.*)

PYTLOUŠ Nemám. Tady je vše, co mám. (*Podává Yonovi sudokuny.*)

MEDVĚD YON (*Pečlivě je všechny přepočítá.*) Tak to je tak polovina. A bez úroků. (*Medvědi se opět rozesmějou.*) Musím ale změnit úrok, kdyby donesl další peníze. Tady máš zatím hezký příkládek, než ho vypočítám. (*Podává papírek Pytloušovi.*)

**Úloha 7.** Pro všechna nezáporná celá čísla  $a, b$  platí

$$(2^a - 1) \mid (2^{a \cdot b} - 1).$$

Dokažte, že pokud pro prvočíslo  $p \geq 3$  a nezáporná celá čísla  $x, y$  platí

$$p^2 + 2^y = x^2,$$

potom  $y - 2$  musí být prvočíslo.

(Pozn.: pro celá čísla  $k, l$  platí  $k \mid l$  právě tehdy, když existuje nějaké celé  $m$  takové, že  $k \cdot m = l$ )

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII