

Zadání Třetí Série

Termín odevzdání: 12. ledna

VPho to fascinovalo. V Odboji je bývalý senátor! To znamená, že alespoň dva senátoři byli odbojníci. Měl na něj milion otázek. Nikdy nevěděl, jakou má Odboj moc. Myslel si, že je to jen parta lidí sprejující na náhodné budovy znak Odboje. Celý ten znak je pouze stříbrný a červený, symbolizující mír a revoluci. Je kruhový, kvůli nekončící svobodě, za kterou Odboj bojuje, prořatý mečem na znamení spravedlnosti a práva, a uprostřed se nachází komár, daný tam spíš z jistého vtípku, protože Odboj neustále Senátu pije krev.

Úloha 0. *Nakreslete, jak vypadá symbol Odboje.*

Rychle do sebe naházel snídani, protože se těšil na to, jak budou vyzvedávat senátorku X. „Víte, jak senátorka X vypadá?“ zeptal se k ostatním sedícím kolem stolu.

„Nevím, niko neví, jak senátoři vypadají, hlídají si až moc svoje soukromí,“ zamyslela se JB.

„Chtěla bych ji poznat,“ zasnila se AH, kterou potkal VP teprve dnes ráno. Byla hubená a měla rovné tmavé vlasy. Všichni, včetně tedy AH, byli starší než on. „Je to taková legenda. Dost týpka,“ zasmála se AH, „taková silná a nezávislá žena.“ Mluvila dost sprostě, proto ho slovo „týpka“ ani nevyvedlo z míry. JB jenom protočila oči v sloup a dál si skládala jídlo do řady.

Úloha 1. *Doplňte k uvedeným posloupnostem následující členy. Zdůvodněte, podle jakého pravidla jste postupovali.*

1. 1 1 2 3 4 6 9 13 19 28 ?
2. 0 2 5 10 17 28 ?
3. 4 6 9 10 14 15 ?

K jejich stolu přišel pan P a sedl si. „Držíte štíhlou linii?“ ušklíbla se LR, když s sebou nenesl žádné jídlo.

„To by prospělo spíš tobě, LR,“ zamumlal kluk sedící hned vedle ní. Jmenoval se VZ, neustále něco mumlal a neustále obracel oči v sloup.

„Nemáte hlad, že?“ zeptala se starostlivě JB. Pan P, celý zelený, jen přikývl: „Pojďte, musíme se domluvit.“ Všichni se od stolu zvedli, LR si vzala svůj nedojezený rohlík (už asi čtvrtý, co dneska ráno do sebe ládovala), a odebrali se do počítačové místnosti, kde seděl JK, zuřivě počítající nějaký příklad, který ho dnes ráno napadl. „Souřadnice, co nám X poslala ukazují na starý dům v Zapomenuté čtvrti,“ posunul P prstem po mapě ležící na stole, „je hlídáný. Dost.“

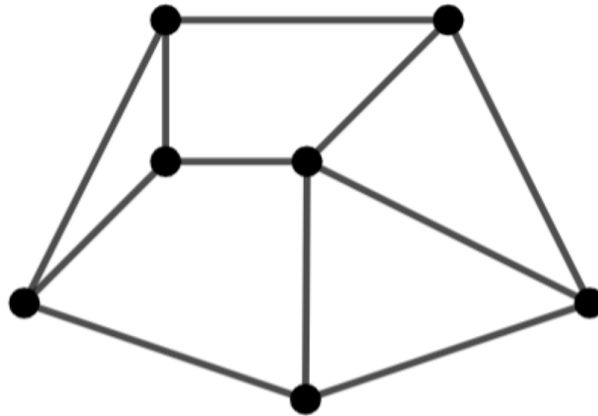
AH kriticky sraštila obočí: „Proč je v UVSku?“

„UVSko?“ zeptal se zmateně VP.

„Utajené výzkumné středisko,“ vysvětlil JK.

Pan P se chytil slova: „Senát si myslí, že o UVSku nevíme. Je to docela chytré, X tam může sehnat další informace a nikdo ji tam hledat nebude.“ Obočí AH se pořád dotýkala, znalecky ale přikývla. Na mapě mohli vidět chaotické cesty vedoucí kolem domu, po kterých byly naznačené hlídky. „Hlídky chodí okruhy po těchto cestičkách, potřebujeme promyslet jejich trasy. A taky jak půjdeme my,“ nadechl se P.

Úloha 2. *Určete, kolik nejvíce hran (zobrazených na obrázku) jsme schopni projít tak, aby se každou prošlo právě jednou a start i konec byl ve stejném vrcholu.*



VP se zkušeným okem podíval na papír s cestami a jednoduchou dedukcí určil počet hlídek potřebných na monitorování oblasti. Všichni se na něj podívali mírně udiveně, neboť byl ze všech nejmladší, ale nějak si z toho hlavu nedělal, stávalo se mu to pořád. Když chodil ještě do školy, která trvala jenom 9 let, aby lidé nebyli moc chytří a senát nepřechytračili, byl z celé třídy nejlepší. Přestože měl takové studijní výsledky (v otito - novomluvě Senátu byl dokonce nejlepší z ročníku), svým chováním neodpovídal ideálům Senátu, byl líný a nikdy se moc vášnivě nezapojoval do akcí a svátků podporované Senátem, jediná práce, do kterého ho vzali byla práce v továrně. Taky jeho rodina se nějak zvlášť dobře u Senátu nezapsala, takže se sice řadil mezi běžné občany a Senát ho v podstatě nechával být, byla ale jistá místa, kam se bez známostí člověk prostě nedostal. V celé místnosti bylo podivné ticho a JK se vrátil zase zpátky k příkladu, co ho napadl.

Úloha 3. Dokažte, že strany libovolného trojúhelníku a , b , c , splňují následující nerovnost:

$$c(c - 1) + (a + b)(a + b + 1) \geq 0$$

Všichni si pobalili svoje věci a nachystali se. P se na VPho přísně podíval: „Ty ale nepůjdeš.“

„A proč bych nemohl? Já vím, že jsem mladší, ale sám jste viděl, že umím být platný.“

„Jsi ale nezkušený! Prostě nepůjdeš.“

AH a LR povytáhly na pana P obočí a poodešli s ním kousek bokem. Mluvili potichu a velmi rychle, takže VP ničemu nerozuměl, když se ale vrátili, pan P na VPho pouze kývl: „Jdeš taky. Ale žádné hlouposti.“ Mlčky pak došli až ke dveřím vedoucím do podzemí. Stále potichu prošli podlouhlou chodbou.

„Právě jsme pod Zapomenutou čtvrtí. Půjdeme ještě sto metrů na sever.“ zavelel VZ. Podle instrukcí se dostali až ke kovovým zamčeným dveřím. „Tohle by měl být vchod do UVSka.“ JK vytáhl nějaký podivný přístroj a napojil ho na dveře s pětimístným kódem: „Je to podstatné jméno. No jasně, že v otito. Zadej POTOP.“ AH nařukala něco na klávesnici.

„To nefunguje.“

„Zadalaš tam P O T O P? S písmenem P, jako VP?“

„Nejsem hloupá!“ obořila se AH.

„Ajo, máš pravdu, je to ROTOR.“

„Jak si můžeš splést POTOP a ROTOR?!“

„Tak já za to nemůžu.“

„To ale taky nefunguje,“ naštvála se a praštila do vrchního řádku klávesnice. Dveře zasvítily zeleně a otevřely se dokořán. „Jsem lepší, než ten tvůj počítač,“ zašklebila se AH.

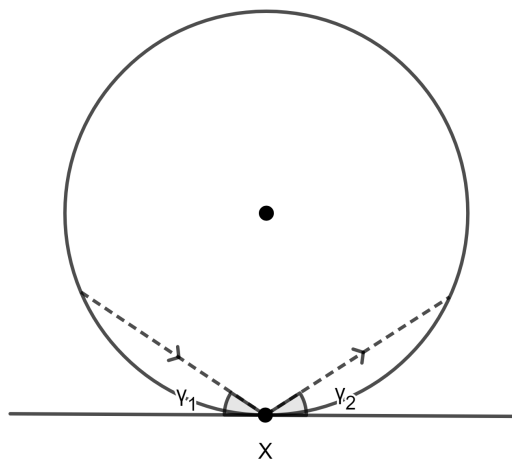
Úloha 4. V jazyce otito platí, že podstatným jménem je libovolné slovo složené z písmen horního řádku klávesnice (qwertzuiop), které je palindromem (slovo, které se čte stejně zepředu i zezadu) a zároveň pro něj platí, že se střídají samohlásky a souhlásky (nemohou být dvě samohlásky ani dvě souhlásky vedle sebe). Jaká je pravděpodobnost, že napíšeme nějaké podstatné jméno v jazyce otito, když po sobě zmáčkneme náhodných 5 kláves v horním řádku klávesnice. (Pravděpodobnost počítáme jako poměr příznivých situací – počet podstatných jmen, co můžeme vytvořit ku počtu všech situací – všech „slov“, co můžeme napsat.)

Za dveřmi byl žebřík vedoucí nahoru. Pan P se po něm vydal neohroženě nahoru. Žebřík vedl do menšího sálu. Ne, nebyl to sál, byl to sklad. Nacházelo se tam všelijaké harampádí, co by se mohlo v Utajeném výzkumném středisku nacházet. Spousta velikých kovových lahví s chemikáliemi, přístroje na měření. Odbojnící se nacházeli přesně tam, kde se podle plánu měli nacházet. Rozdělili se na dvě poloviny. Druhá skupina vyšla hlavními dveřmi udělat menší povyk. Vzhledem k velkému křiku VP odhadoval, že se to povedlo a sami vyběhli postranními dveřmi. Ocitli se na zahradě. Uprostřed stál velký kůl. Jejich úkolem bylo ji co nejrychleji přeběhnout. Přeměřil si zahradu od oka.

Úloha 5. Máme obdélníkovou zahradu, jejíž jedna strana je dvakrát delší než druhá. Někde uvnitř této zahrady je zabodnutý kůl a od něj vedou 4 lana, každý do jiného rohu zahrady, rozdělující tak zahradu na 4 trojúhelníky. Jeden z těchto trojúhelníků má obsah 400 m^2 , protější trojúhelník – to znamená, že mají společný jen jeden bod a to kůl – má obsah 500 m^2 . Urči rozměry zahrady.

Díky bohu, že zahrada byla tak krátká, okamžitě vběhli do vedlejší budovy, kde se měla nacházet senátorka. Nikdo ji nehlídal, neboť všichni hledali zbytek jejich skupiny. Proběhli laboratoří až do kruhové chodby. Tam už se ale někdo nacházel. Podle bílých plášťů hádal, že to byli tamní výzkumníci. Jeden z nich, oděn v obrovských gumových rukavicích a kovových brýlích, se rozhodl na ně zaútočit. Otočil proti nim obrovský výzkumný laser, který by je byl schopný naštěstí jen omráčit. Díky zvláštnímu povrchu, ze kterého byly stěny, se paprsek odrazil od zdi. Chodba byla zakulacená, a jak se paprsek odrážel, všichni z VPho skupiny se mu vyhnuli a paprsek se vrátil zpět, odkud přišel. Trefil chudáka laboranta, který se hlasitě sesul na zem.

Úloha 6. Mějme kruh, ve kterém je vystřelen paprsek. Paprsek se odráží pouze od obvodové kružnice, a to tak, že velikost úhlu odrazu je rovna velikosti úhlu dopadu (úhel je měřen vzhledem k tečně vedené bodem dopadu) a samozřejmě se neodráží přímo zpět (pokud není vystřelen od středu). V jeden okamžik dopadl paprsek na obvod v bodě X pod úhlem γ . Najděte množinu Γ všech γ takových, že se paprsek za konečný čas vrátí zpět do bodu X . (popište vlastnosti takového úhlu γ)



V dohledu nebyli žádní jiní lidé. VPho skupinka tedy začala hledat X. Ženu, která splňovala vše, co jim P popsal. P absolutně přestal uvažovat. Chaoticky až hystericky pobíhal po chodbě a otvíral každé dveře. Všude po stěnách byly vylepené plakáty usmívajících se vědátorů držících nějaký objev. Někdy to bylo milé, jako na té fotografii vědkyně a králíka, ale občas to vypadalo trochu zvláštně, jako ten děsivě se usmívající vědec, vypadající jako hororový klaun, držící zářivý kámen v ruce. Divné. VP se rozhodl také otevřít jedny dveře. Vypadaly omšele, a když je otevřel, zlověstně zaskřípaly. V křesle tam seděla žena. Podmínky splňovala.

Úloha 7. Najděte X takové, že v \mathbb{R} splňuje následující rovnici:

$$1 + x + x^2 + \dots + x^L = 0,$$

kde L je liché přirozené číslo.

Měla krásné zrzavé vlasy stočené do ledabylého drdolu. Vypadala příšerně unaveně, a když VPho viděla, její zelené oči se otevřely dokořán. „VP?! Ne!“ zachroptěla. VP tam stál jako přimražený. Ta žena byla oslnivá, ale něco bylo špatně. Odkud znala jeho jméno? Ještě než ale stačil cokoliv udělat, zbytek už doběhl do místnosti. Pan P se ani nerozhlédl kolem, porazil židli stojící v cestě a . . .

. . . a vrhl se X kolem krku?! „Je to jeho přítelkyně,“ špitla AH, když viděla VPho absolutní zmatení. X začala dojetím plakat. Vypadala ale spíš zoufale než nadšeně. „Co se děje?“ zeptal se starostlivě P. V tu ránu se ale s hlasitým duněním zaklaply dveře. Ozval se hluboký, mírně zaražený hlas: „V případě, že jste si nevšimli, jste spadli přímo do mé pasti.“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII