

## Zadání Druhé Série

Termín odevzdání: 2. prosince

„Jak to, že jste věděli, že pro mě máte přijít?“ žasl VP, když se zkrříženýma nohama usedl na provizorní postel. „Protože jsi nesmírně důležitý,“ zazubila se dívka obdobně sedící na protější posteli, urputně svírající blok a tužku. „JB si z tebe jenom střílí,“ opravil ji JK. JB zajiskřily její zelené oči, uchechtla se, ale víc už VP neviděl, protože jí obličej zakryly na krátko střížené tmavé vlasy. „Co to kreslíš?“ zeptal se VP. JB se vykrucovala, nechtěla nic ukázat. „Kreslím pokojík, ve kterém bych chtěla bydlet. Jednu stěnu by měl zelenou. Byl by tam velký psací stůl. Jo a křeslo. Ne, ne křeslo, hamaka na ležení. A u toho velká nástěnka s obrázky. Jo a knihovnička, s romanticko-fantastickou literaturou,“ zasnula se JB.

**Úloha 0.** *Nakreslete vysněný pokojík JB.*

JK se nenechal rozhodit a odhodlal se VPho zasvětit: „Tvoje babička, když viděla mimořádný projev Velkého B, nás zkontaktovala takovým hustým zařízením, který jsem sám vymyslel. Funguje na principu radiových vln, které. . .“ „JKááááá!“ zakoulela zrudně oči JB, protože to JK vysvětloval už tisíckrát. „. . . použila, protože jí bylo jasné, že půjdou po tobě,“ dokončil dotčeně JK.

„Proč by šli po mě?“

„Protože senátorka X určitě nezemřela. Někde se skrývá. Pomáhá nám. Je to taky Odbojník. A taky je velmi dobrou známou tvýho táty.“ odpověděl JK.

„Áááá právě teď přestává JK mluvit a my jdeme na druhou večeři.“

VPmu bylo jasné, že téma jeho táty bylo tabu. Nikdy ho ale nepotkal a byl zvědavý. JB mu nic neřekne, ale JK by mohl. Po vzoru ostatních si vzal rohlík a čekal v řadě na pomazánku. Protože byla ale jídelna malá a čtvercová, museli frontu několikrát zatočit, aby se tam vešli.

**Úloha 1.** *Doplňte do tabulky čísla 1 až 64 (pořadí jedlíků) tak, aby se žádné neopakovalo a každá dvě po sobě jdoucí čísla sousedila hranou. Najděte alespoň jedno vyhovující řešení.*

38					29		
		35					24
			45			22	
	54						20
						12	
		1		9			
58			3				17
	60					15	

VPho fascinovalo množství druhů jídla. „Každý dostaneme nějaké jídlo přidělené, vždy se ale každý odbojník podělí! Máme ale také spoustu Odbojníků, kteří pěstují jídlo načerno. Jedení je pak adre-

nalinovým zážitkem,“ vysvětlil JK, jež měl nejspíš zálibu ve výkladech. Prošli zvláštní frontu a VP si vybral rybí pomazánku. Posadili se na zvláštní pytle naplněné nějakými drobnými kuličkami. Vybral si takový fešný růžový. „Sedíš mi na místě!“ ozval se neuvěřitelně pronikavý hlas. VP se zmateně rozhlídnul, hlas překvapivě přicházel od mile vypadající blondýnky s velkýma očima. „A nemůžeš si sednout jinak?“ zarazil se VP. „Myslím, že budeme o místo bojovat,“ zatvářila se ďábelsky ta holka, „je čas na kámen, nůžky, papír, tapír, spock.“

**Úloha 2.** *Při klasické hře kámen, nůžky, papír se používají tři „zbraně“. Při jakých počtech druhů zbraní lze tato hra uskutečnit tak, aby žádná zbraň nebyla zvýhodněna vůči ostatním a při použití různých zbraní šlo vždy rozhodnout o vítězi?*

Po tom, co mu LR (ano, tak se jmenovala) ukázala, jak vypadá tapír a spock, uskutečnili souboj. A protože prý papír usvědčí spocka, usedla LR do jiného, modrého pytle. „Mám já hlad, že bych snědla i kozu!“ vydechla až moc nahlas. Všichni se pustili do jídla. Když do sebe LR cpala už čtvrtý rohlík, zeptal se VP: „Jak to, že máte každý jinou barvu trička? Vždyť přece v úterý se nosí oranžová!“

„No je to taková recese,“ promluvila po dlouhé době JB. JK se opět ujal slova: „Tady je to všechno jiné. Myslím jako v Odboji. Můžeš si dělat, co chceš. A spoustu věcí děláš jenom proto, že vlastně můžeš. Snaha Senátu všechno sjednotit byla vlastně docela praktická. Nemusel jsi řešit, co si dáš na sebe. Věděl jsi i co si dáš na sebe za dva roky a dva dny!“

**Úloha 3.** *Jestliže je dnes 27. 5. úterý, jaký den bude za dva roky 29. 5., pokud je příští rok přestupný? (Potřeba zdůvodnit, nestačí říct, že jsi se podíval do kalendáře.)*

„Na druhou stranu to ale zabilo jakoukoliv jedinečnost člověka. Když byl někdo jiný, prostě ho odstranili. Mám jednu nohu kratší než tu druhou. Senát ale došel k závěru, že je to pravděpodobně nějaká choroba, co by mohla zničit systém. No a tak jsem utekl.“ VP netušil, co na to má říct. A tak prostě mlčel. VPmu začala brnět kapsa. Vytáhl z ní malý stříbrný trojúhelníček rozdělený na tři menší trojúhelníčky, jeho klíčenku. „Co to je?“ podíval se na JK. Ten svraštil obočí: „Zajdeme za P.“ Seděl u jiného stolu, zrovna do sebe ládoval rohlík se šunkou. „Podívejte se na to,“ řekl VP a vrazil mu do ruky svůj přívěsek. P se na klíčenku zadíval.

**Úloha 4.** *Mějme trojúhelník  $ABC$ , se středem kružnice vepsané  $S$ . Dokažte, že  $|\sphericalangle ASB| = 90^\circ + \frac{1}{2} |\sphericalangle ACB|$ .*

Když ale začala ve zvláštním rytmu brnět, jako by se panu P rozsvítilo. „Za mnou,“ pobídl je a rychlým krokem štrádoval pryč. JK a VP ho přirozeně následovali. Doběhli až do menší místnosti plné počítačů. Ze zdi trčely kabely a divoce se přes sebe kroutily. Jejich chaos VPho neuvěřitelně potěšil. Už ho unavovala ta neuvěřitelná jednotvárnost kabelů zapojených podle norem Senátu. „Došla zpráva od X,“ řekl P a ostře otočil klíčenkou. Z klíčenky trčel USB kabel a malá anténka. VP nepřestával kulit oči. Tohle, že měl celou dobu v kapse? JK už se začínal chytat a zapojil USB do počítače. Počítač zachroptěl a na obrazovce se objevila podivuhodná rovnice následovaná posloupností čísel. Entusiasmus pana P se vytratil. „Tohle přece není od X. Že ne? Vždyť, vždyť, to ani nedává smysl! 6 krát 14 přece není 123.“ Zoufale se posadil na kolečkovou židli. VP zamžoural na obrazovku: „No, dává to smysl. Jenom je to v jiné číselné soustavě.“

**Úloha 5.** *V jaké číselné soustavě je následující rovnice?:  $6 \cdot 14 = 123$  (V případě, že nevíte, jak vypadají jiné číselné soustavy než desítková, podívejte se na stránku [matematika.cz/prevod](http://matematika.cz/prevod))*

Když převedli i posloupnost čísel do desítkové soustavy, vyskočila na ně klasická substituce. Každému písmenu abecedy přiřadili jedno číslo a přeložili čísla na obrazovce (proč u každé 22 bylo srdíčko?). Zpráva tedy zněla „Jsem v pořádku. Přijďte mě prosím vyzvednout.“ Příložené k tomu byly i souřadnice a čas. Zpráva ještě pokračovala, měla nějakých 2020 znaků. Zbytek si ale pan P nechal pro sebe. „Ty seš pašák!“ rozzářil se P, objal VPho, zvedl ho a zatočil se s ním. VP se zamyslel nad vlastnostmi těchto 2020 čísel.

**Úloha 6.** *Kolik existuje uspořádaných 2020-tic celých čísel  $(x_1, x_2 \dots x_{2020})$  splňujících*

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{2020} = 1$$

$$x_1 x_2 \dots x_{2020} = p^{2019},$$

kde  $p$  je prvočíslo větší než 2.

VP vždycky přemýšlel trochu z cesty. „Vysvětlí mi někdo, co se teda se senátorkou X stalo?“ probral se ze snění. Protože byl v místnosti přítomen P, nechal JK vysvětlování na něm. „Senát má 26 křesel. Najdeme tam všechny, od A do Z. A vždycky, když si stěžujeme na systém, mluvíme o tom, jak je Senát špatný. Jak nám Senát něco zakázal a tak dále. No a člověk by si myslel, jak těchto 26 lidí je všech špatných. To ani zdaleka ne. A je prohnaný až na kost, B je spíš hloupý než zlý a moc zpohodlněl. Byli ale senátoři, kteří se snažili rozhodnutí Senátu nenápadně ovlivňovat. X už od té doby, kdy se narodila, věděla, že Senát je špatný. Nesouhlasila s tím, co se tu děje a byla rozhodnutá to změnit. Zvládla dokonce přesvědčit jiného senátora, aby ji pomáhal a přidal se k Odboji. Neustále nám dává tajné informace, abychom mohli udeřit na správných místech. Senát ji ale odhalil a ona musela uprchnout. No a my ji teď musíme zachránit.“ Pan P se velmi rozvášnil a čas začal ubíhat hrozně pomalu. Dokonce se na počítači zapnul i spořič. Pomocí červených, zelených a modrých LED světýlek na obrazovce pobíhala obrovská krychle.

**Úloha 7.** *Mějme krychli o rozměrech  $n \times n \times n$  jejíž každý bod (vnitřek i povrch) má právě jednu ze 3 barev – červenou, zelenou, nebo modrou. Dokažte, že ať je krychle obarvena jakkoli, můžeme v ní vždy nalézt úsečku o délce  $n$ , jejíž krajní body mají stejnou barvu. (Nápověda: Podívejte se na Dirichletův princip. Hledejte čtyřstěny.)*

Pan P dokončil svou přednášku a VP se odebral s JK, JB a LR na místo, kde měli spát. Pokoj se tomu říct nedalo, protože jich tam spala snad stovka. Ležel na posteli a převaloval se. Nebyl schopný usnout, pořád myslel na babičku a všechno mu vrtalo hlavou. „Jak to, že toho P ví tolik o Senátu?“ zeptal se do tmy. JK se nadechl, ale nic neřekl. „Tak mu to řekni,“ svolila JB. JK se prudce posadil na posteli: „Víš, jak ti vyprávěl o tom senátorovi, kterého X přesvědčila, aby se přidal k Odboji? To on byl ten senátor.“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII