

Zadání Páté Série

Termín odevzdání: 18. května

V minulé sérii jste četli: Carlos se rázem stal pohádkářem KoMáRa, ale co čert nechtěl, byl to jen výplod Václavkovy liány. Ta totiž vytvářela falešné vzpomínky a prožitky. Carlos je zmatený. Tolik si přál mít kapelu. . .

Úloha 0. *Popiš jak by vypadala Carlosova kapela, kdyby ji měl. Vyjádření je libovolné - můžeš ji namalovat, popsat vzhledově, popsat osobnosti v ní, buď kreativní.*

„Václavku, čím dál víc mám pocit, že můj život nedává smysl,“ prohlásil Carlos. „To je v pořádku,“ odvětil Václavek, „pojď mi pomoci najít pirátský poklad.“ To Carlose rozveselilo. „Tak jo!“

Úloha 1. *Na mapě jsou poklady, piráti, útesy a proudy. Křížek označuje, kde začínáš. Máš maximálně 25 kol na sebrání všech 4 pokladů. Nesmíš se přitom setkat s piráty a narazit do útesů (stoupnout na stejné pole). Piráti krouží kolem pokladů po směru hodinových ručiček, každé kolo se pohnou o jedno políčko (tj. za 8 kol ho obeplují celý). Ty se můžeš pohybovat vodorovně nebo svisle, vždy o jedno pole za kolo nebo můžeš zůstat libovolný počet kol na místě. Útesy zůstávají na místě, ale na jeho sousedních polích (dotýkajících se stranou nebo rohem) nesmíš čekat, můžeš přes ně pouze projít. Když stoupneš na proud, tak tě může urychlit libovolným směrem o 1 políčko, tj. můžeš jít další kolo až o dvě políčka, ale na políčku proudu nelze vyčkávat (proud tě posune tak jako tak alespoň o 1 pole). Na piráty nemá proud vliv. Popiš celou svou cestu.*



„Hele podívej, jaký jsou tu obrovský mince,“ přehraboval se v nalezeném pokladu Carlos. „Chováš se jak malé děčko,“ pohoršil se Václavek a šel si opodál v písku stavět bábovečky. Carlos si ho nevšímal a vzal do ruky dvě mince. Jak tak na ně koukal, začal jednou jezdit po hraně té druhé.

Úloha 2. *Mějme menší kolečko a větší kolečko. Menší kolečko má na obvodu jeden bod, který nechává na větším kolečku otisk, když se ho dotkne. Jestliže chceme na větším kolečku vytvořit právě 8 otisků tvořících vrcholy pravidelného 8-úhelníku tak, že budeme menší kolečko obtáčet po větším, jak velký musí být poloměr menšího kolečka v závislosti na poloměru většího kolečka? Najdi všechny možnosti.*

Carlos blaženě dál prohraboval poklad a všechno mu bylo úplně jedno. Na Bagra si ani nevzpomněl. Někde v hlavě se mu ozval slabý hlas: „Výborně, udržujte ho na této hladině halucinogenů, zdá se být konečně klidný,“ nedával mu vůbec žádnou váhu. „Jé hele, jsou tu i nějaký lístečky s divnými písmenkama,“ zamával na Václavka papírkem. „To je obyčejná nerovnost, hlupáku,“ uraženě odprskl Václavek.

Úloha 3. *Dokažte, že platí nerovnost:*

$$(x + y)(2x - y) + (3x - y)y \geq (x + y)(x - y) - (2y - 4x)y,$$

kde x a y jsou reálná čísla.

„Co tě žere, kámo?“ zasmál se Carlos. „Něco mi tu nehraje,“ zamračil se Václavek. „Nojo, ti Floydí mi už dohráli, mám pustit další album?“ „Ale jo, dej tam to první, jak je hrozně psychedelické.“ Z Carlosova repráčku začala hrát píseň o gnómovi. S další písničkou už oba zpívali, nevědomky chodili kolem pokladu a vykreslovali lichoběžník.

Úloha 4. *Mějme lichoběžník $ABCD$ se základnami AB a CD . Platí*

$$|AD| + |BC| = |CD|$$

$$|AB| > |CD|.$$

Euklidovskuy sestrojte tento lichoběžník, máte-li zadánu úsečku AB a polopřímky AD a BC . Uveďte popis konstrukce.

V tom začal obvod lichoběžníku světélkovat. Carlos měl pocit, že už něco takového zažil. „Ale ne, já to tuším!“ vykřikl nečekaně Václavek. „A co jako?“ nechápal Carlos. „Tohle všechno je jen iluze, tenhle svět neexistuje! My neexistujeme!“ „Co to plácáš?“ snažil se pochopit Carlos a plácl sebou do písku. „Dělej, rychle, musíme se naočkovat, jinak zmizíme jako obláček mlhy!“ řekl Václavek, načež se rozplynul v obláček mlhy.

Úloha 5. *7 subjektů má být očkováno.*

- *A: Nebudu očkován, pokud se mnou nepůjdou alespoň další tři, co mě odnesou až omdlím.*
- *B: Půjdu jenom, pokud půjdou všichni.*
- *C: Nepůjdu, pokud půjde A nebo B.*
- *D: Půjdu jen tehdy pokud se mnou půjde F.*
- *E: Nechci být lichý. Půjdu jen tehdy pokud počet subjektů i se mnou, co bude očkováno, bude sudý.*

- *F: Mám trochu sociální fobii, nezvládnu víc než 2 další subjekty.*
- *G: V žádném případě nepůjdu, pokud tam bude D.*

Jaký je největší počet subjektů, kterou můžeme nechat očkovat, pokud máme dostatek peněz na to, abychom podplatili nejvyšší jeden subjekt, aby přehlédl své nároky a šel?

Carlos se probudil připoután na nemocničním lůžku. „Á, už se nám probudil,“ řekl nějaký muž v doktorském hábitu, kterého si do té doby Carlos nevyšiml. „Tak co, jak se po této nové experimentální léčbě cítíte, pane Manfrede?“ „Ale jde to, měl jsem trochu divoký sny,“ odvětil Manfred a nechal si vpíchnout další dávku sedativ. Nyní mu jeho lůžko přišlo poněkud zdeformované.

Úloha 6. *Je dán tětívový čtyřúhelník $ABCD$, přičemž $|AB| = 8$ a $|BC| = 15$ a $|AC| = 17$. Určete všechny možné délky zbývajících stran, jestliže víte, že jsou celočíselné.*

„Nyní už nebudete chtít nikoho zabít,“ usmál se doktor a rozvázal Manfreda. Ten se vydal do společenské místnosti, kde seděli další pacienti a hráli karty. Přisedl k jednomu stolu a otočil se na něj jeden blondýn. „Zdravíčko, já jsem Jarda, dáme Žolíka?“ „Jasná páka.“

Úloha 7. *Dokažte, že dvojnásobek součtu hodnot všech karet karetní postupky je dělitelný jejich počtem.*

„Co že ses tu ocitl?“ prohodil během partie Jarda. „Ále, začal jsem mluvit se svým psem a ten mě pak přesvědčil, že jsem mimozemšťan. No a pak jsem se začal cítit jako větev a omylem pozabíjel nějaký lidi. Hm. Co ty?“ „Ále, kdysi dávno jsem měl být v kapele, ale nešlo mi hrát na basu, protože mi furt neladila. O mnoho let později jsem zjistil, že mám strunu E podladěnou na strunu D, ale to už mě nechtěli, protože se stali strašně slavní. Do dnešního dne toho lituji, až jsem z toho zešílel a dobrovolně šel sem.“ „Dojemný příběh,“ utřel si slzu Manfred a vyložil postupku. . .