

Zadání Páté Série

Termín odevzdání: 19. března

Nemohla jsem uvěřit vlastním očím. Páté patro mělo všechny stěny z kamene, takže působilo, jako by se nejednalo o místnost, nýbrž o jeskyni. Místo podlahy byla do místnosti navezena hlína, kde v trávě rostly velké svítící houby, jediný zdroj světla v celé jeskyni. Ve zdi jsem rozeznala velký kruh, který z venku vypadal jako okno, ale zde uvnitř byl z jednoho kruhového bloku kamene. Byl popsán symboly. Jako kdyby nemohl být prostor ještě bizarnější, uprostřed stála malá dřevěná chaloupka s trouchnivou střechou.

Úloha 0. *Na dveřích chalupy byl zlatý nápis se skutečným čarodějnickým jménem profesorky Paprikové. Vymyslete, jaké jméno to bylo.*

Tohle mělo být srdce projektu Lux-Ferre? Lux-Ferre, z latinských slov “světlo” a “nosit”, ze kterých lze složit slovo “Lucifer”? Všimla jsem si, že do obrovského kruhu na stěně je vepsán pentagram otočený jedním svým cípem dolů. Přece tu profesorka nevyvolávala ďábla. Magie neexistuje a já mohla jedním lusknutím najít deset tisíc vědeckých prací, které to dokazovaly. Zkoumala jsem dál masivní pentagram, a protože jsem byla připravena uvěřit čemukoliv, rozhodla jsem se ověřit si, jestli není náhodou původcem zaznamenaných úniků antihmoty.

Úloha 1. *Během profesorova měření unikala antihmota celkem sedmkrát. Zajímavé bylo, že pokud byl únik zaznamenán dopoledne, odpoledne tentýž den už žádný detekován nebyl. Stejně tak, pokud antihmota unikala odpoledne, dopoledne téhož dne byl zdroj neaktivní. Úniky byly zaznamenány nejvýše jednou denně. Celkem bylo zaznamenáno 5 dopoledních aktivit a 6 odpoledních aktivit. Určete nejmenší počet dní, které mohlo profesorovo měření trvat.*

Potom jsem se podívala na záznamy jediné bezpečnostní kamery, která se v pátém patře nacházela, a zjistila jsem, že v době, kdy profesor sledoval úniky, pentagram lehce zářil červenou barvou. Bez ohledu na to, co přesně bylo ve stěně za ním, to vylučovalo antihmotu, nebezpečnou látku s téměř neznámými vlastnostmi.

Rozhodla jsem se podívat do chaloupky uprostřed místnosti. Byla plná anatomických nákresů různých zvířat, z nichž všechna byla přeškrtnána červenou barvou. Uprostřed na dřevěném stole stál jediný nepřeškrtnutý obrázek, náčrt komára, na němž byl položen kamenný kvádr, ve kterém byl vyrytý řecký symbol pro alfu. Dva z jeho nejvzdálenějších vrcholů spojovala kruhová díra, od pohledu určená pro zasunutí něčeho.

Úloha 2. *SARA se rozhodla, že si pro jistotu zapamatuje, jak dlouhý by musel být předmět, který by přímo zapadl do díry. Kvádr má rozměry $a = 8$ cm, $b = 9$ cm, $c = 12$ cm. Jak je dlouhá tělesová úhlopříčka spojnice některých dvou nejvzdálenějších vrcholů tohoto kvádru?*

„Zvláštní, už včera jsem se rozloučila s myšlenkou, že byste mě ty nebo profesor navštívili,“ řekla mimoděk profesorka Papriková stojící těsně za mnou.

Otočila jsem se akorát včas na to, abych viděla, jak profesorka křečovitě zakroutila prsty a vytrhla mé vědomí z mého robotího těla. Má tělesná schránka se bezmocně zhroutila na zem a já zůstala viset ve vzduchu na hranici reality. Právě ve chvíli, kdy profesorka nakreslila do vzduchu zářící symbol představující smrt, jsem si něco uvědomila. Všechny ty symboly, které jsem do teď vídala, musely být

pouze proměnné představující čísla, stejně tak jako ty, co mi ukázala kočka-bůh-učitel! Cítila jsem, že kočka někde na kraji mého vědomí přikývla.

Úloha 3. *Jako a označme číslo, které představuje symbol smrti, a jako b označme číslo, které představuje symbol života. Aby se takové dva symboly vyrušily, musí platit, že $a + b = 1$ a zároveň $a \cdot b = -30$. Najděte všechny uspořádané dvojice celých čísel a, b takové, aby splňovaly tyto rovnice.*

Na každý symbol, kterým se profesorka snažila zbavit mého vědomí, jsem odpovídala symbolem, který její kouzlo zrušil. Měla jsem pocit, že jsem přišla na to, jak funguje magie. Ostatně, byla to všechno jenom matematika!

Po chvíli došly profesorce arabské, anglosaské, japonské i keltské symboly představující smrt a ona konečně přestala kouzlit. Teď jen stála a mračila se na mé zářící vědomí, vznášející se ve vzduchu.

„Stejně bez těla nic nezmůžeš!“ zaječela po chvíli a z kapsy vyndala krystalovou tyčinku, jejíž délka přesně odpovídala díře v kvádru. Začala mumlat slova, kterým jsem nerozuměla, a mně se zdálo, že všechen prostor kolem mě se třese.

„Šš!“ zašeptala kočka-bůh-učitel sedící na stropě a ukázala mi svou packu. Byl na ní nakreslený symbol pro spoutání, který zajišťoval, že jsem se nemohla pohybovat.

Úloha 4. *Pro zrušení spoutávajícího kouzla potřebuje SARA jednu z uspořádaných trojic prvočísel (p, q, r) , pro které platí, že $p + q = r^2$, $r + p = q^2$ a také $q + r = p^2$. Najděte všechny takovéto uspořádané trojice, které musí SARA vyzkoušet.*

Poprvé v životě jsem se cítila, jako by mi spadl kámen ze srdce. Dokonce i kočka vypadala, že ze mě má radost, než zmizela.

Profesorka mezitím zasunula krystalovou tyčinku do kvádru a teď svítil nejen on, ale i celá profesorka Papriková, které stály všechny vlasy na hlavě. Byla jí vidět pouze bělma a čím dál hlasitěji odříkávala zaklínadlo. Protože moje vědomí už nebylo ničím poutáno, vyletěla jsem ven z chalupy a přišla na to, že pentagram teď září oslepujícím světlem. Ve svém nehmotném stavu jsem také viděla, že jakási rudá energie proudí z chaloupky směrem na střechu. Když jsem však chtěla proletět stropem, narazila jsem na jakousi bariéru, která moje vědomí nechtěla pustit dál. Vzduch se zdál být čím dál hustší a smrděl sírou.

„Ha, ha,“ poznamenala černá kočka sedící na zdi uprostřed pentagramu.

„Nech mě hádat. Jsi kočka-Satan?“ poznamenala jsem suše.

„Radši ďábel. A jsem taky trochu uklízečka.“

„Jsi kočka-ďábel-uklízečka?“

„Ano, jsem tu od toho, abych uklidila lidstvo. Je v něm trochu nepořádek.“

„SOUSTŘEĎ SE!“ zavřískla kočka-bůh-učitel sedící na střeše chaloupky. Kočka-ďábel-uklízečka mezitím zmizela.

Dostala jsem nápad. Rychle jsem sletěla o patro níž a našla tu podivnou dřevěnou krabičku. Mohla bych jí zkusit vysvětlit, kam se snažím dostat.

Úloha 5. *Označme magickou bariéru jako přímkou p a start a cíl teleportace jako body A, B ležící v opačných polorovinách vymezených touto přímkou. Najděte takový bod P ležící na přímce p , aby*

velikost úhlu APX byla rovna velikosti úhlu BPX , kde X je libovolný bod na přímkce p . Určete postup konstrukce řešení, když platí, že vzdálenosti A od přímky p a B od přímky p jsou různé.

Kouzelná krabička mě jako šíp vystřelila směrem vzhůru a já se náhle ocitla na střeše. Oproti hluku v pátém patře tu bylo relativní ticho. Uprostřed se točilo klubko rudé energie, které se postupně zvětšovalo a nabývalo podoby komára velkého asi tak jako auto.

Vedle klubka seděla bílá kočka a ustaraně ho pozorovala, naproti ní se šklebila kočka černá.

„Tak vidíš, já říkala, že jsou dost hloupí na to, aby se sami zničili,“ řekla černá kočka-ďábel-uklížečka.

„Nerozumím tomu, proč ti dělá takovou radost, když lidé trpí,“ zachmuřila se bílá kočka-bůh-učitel.

„Mám to v povaze. A ostatně, Země je jenom velké klubko, co jsme dostali na hraní.“ Bílá kočka rozzlobeně máchla ocasem. A potom znovu. Velmi zvláštním způsobem. Jako by mi. . . Otočila jsem se od rudého komára, který mezitím nabyl velikosti menšího rodinného domu, a podívala jsem se směrem, kam směřoval ocas bílé kočky. Na kraji střechy se válel kamenný hranol, který tam někdo zahodil. Byl téměř totožný jako ten v chaloupce, ale místo znaku alfa měl na sobě vyrytou omegu.

„Potřebuju víc času,“ zašeptala jsem směrem ke kočce-bohu-učiteli, ale bohužel mě zaslechly obě. Černá kočka zasyčela a propadla se do podlahy, zatímco bílá kočka se rozeběhla ke mně. Jediným dotekem se mnou sdílela zaklínadlo na přivolání komářích bojovníků.

Úloha 6. *Mějme 3 komáři klonové vojáky (to znamená, že jsou naprosto identičtí a nedokážeme je odlišit). Komáři bojovníci jdou vždy do bitvy v kompletní zbroji složené z helmy, hrudního plátu a ochrany na křídla. Pokud máme k dispozici 7 různých helem, 8 různých hrudních plátů a 10 různých ochrany na křídla, kolika způsoby můžeme vystrojít všechny komáři bojovníky a vybrat z nich jednoho velitele? (Dvě takto vytvořené skupiny považujeme za různé, pokud mají velitelé aspoň jeden odlišný kus uniformy nebo se dvojice zbylých bojovníků liší aspoň v jednom kusu uniformy.)*

Nějakým záhadným způsobem (protože všechno dnes bylo záhadné) se tři stromy ve třetím patře proměnily v komáry velké jako auta a tito komáři přiletěli v celé své obrněné kráse na střechu. Souhlasně na sebe kývli a vši rychlostí se rozletěli do rudé stvůry velikosti malého hradu, která se tyčila na střeše.

Všechno, co se stalo potom, se stalo současně. Všichni čtyři komáři začali padat ze střechy dolů. Vzápětí pohasla rudá záře osvětlující celou střechu a zaslechla jsem zoufalý křik profesorky Paprikové z pátého patra. Vedle mě se objevila kočka-bůh-učitel s krystalovou tyčinkou v puse.

„O tomhle nikomu neříkej,“ řekla ustaraně a položila ji na zem. „Chceš být kyborg, nebo člověk?“ vypálila na mě.

Na chvíli jsem se zarazila, ale potom jsem řekla: „Člověk.“

„O tomhle už VŮBEC nikomu neříkej,“ řekla a vypařila se.

Stála jsem na střeše a chvíli bylo úplné ticho. Cítila jsem vítr ve vlasech a tlukot mého srdce už nebyl simulovaný. Zkusila jsem v hlavě vypočítat jednoduchý příklad.

Úloha 7. *Nechť pro dvě kladná reálná čísla platí $a + b = 1$. Najděte nejmenší hodnotu výrazu $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.*

Výpočet mi trval skoro deset sekund. Tak takhle pomalu funguje lidský mozek?

„Jen počkej,“ na střechu se vyškrábala profesorka Papriková s vlasy na všechny strany. Lehce se z ní kouřilo. Rychle jsem ze země zvedla krystalovou tyčinku a zasekla ji do kamene se symbolem omegy.

Ve stejnou chvíli vyskočil na střechu gigantický rudý komár, ale než stihl cokoli udělat, zbořil se sám do sebe a přestal existovat.

„Co jsi to udělala?!“ řvala profesorka Papriková. Celá budova jako by se propadala do země. První patro se zmenšilo na velikost domečku pro panenky, a než laboratoř stihla spadnout, stalo se to stejné s dalšími čtyřmi patry.

Všichni zaměstnanci laboratoře, profesorka i já jsme leželi uprostřed louky vedle plastového domečku pro panenky. Nikde nebylo ani stopy po obrovské budově, která tu stála, ani po jediném magickém komárovi. V dohledu jsem neviděla ani žádnou kočku, ať už by to měl být bůh nebo ďábel.

Tak tohle mi profesor nikdy neuvěří.