

Zadání čtvrté série

Termín odevzdání: 2. března

Všichni ptáčci z 1. A husím pochodem nakráčeli do ředitelny. Pan školník je u vstupu pečlivě počítal. Když procházel kolem pštros Šprtos, zastavil ho. „Tebe se to netýká, jdi zpátky do výuky.“ Šprtos byl překvapený, jelikož v rozhlase hlásili, nechť se všichni žáci 1. A dostaví do ředitelny. Zároveň se mu moc nechtělo vracet do hodiny tělesné výchovy, protože měl s tělocvikářem orlem špatné zkušenosti. Chvilí mu trvalo, než si uspořádal tyto myšlenky ve své hlavě, čímž si vysloužil pokárání od pana školníka. „Jak dlouho tady budeš ještě stát?“ řekl našťvaně. Pštros se rychle vzpamatoval a utekl z ředitelny. Když byli všichni ostatní uvnitř, otevřely se dveře a z vedlejší místnosti vstoupil pan ředitel. Ku překvapení většiny přítomných to nebyl žádný mohutný pták, nýbrž malinký sýkorák. „Proč je tak malej?“ ozval se někdo. Pan ředitel se zamračil a svým tenkým hláskem něco zapípal.

Úloha 0. *Co řekl pan ředitel nevychovanému ptáčkovi, který měl nevhodnou poznámku?*

Jakmile byl výtržník zpacifikován, mohl se řešit problém, kvůli kterému byli ptáčci zavoláni do ředitelny. „Zavolal jsem si vás sem proto, abyste byli za svůj čin náležitě potrestáni. Nechápu, jak můžete něco takového udělat, a ještě se k tomu drze přiznat.“ „Co jsme udělali?“ nechápavě pípali ptáčci. „Když už jste se jednou přiznali, tak nemůžete zapírat! Jste nejenom zloději, ale i hlupáci!“ zakřičel pan ředitel, ale vzhledem k jeho vysokému tenkému hlásku to vyznělo spíše komicky než přísně. Několik ptáčků se začalo smát. „Tak vy se mi ještě budete smát?! Přineste na stůl důkazy!“ Vzápětí se otevřely dveře a z nich vyšel nějaký pták s papírem v ruce. Nebyl to nikdo jiný než Pakáž. „Tady to máte černé na bílém, že se přiznáváte k vyloupení banky, a jsou tady vaše podpisy,“ řekl pan ředitel. Poučení o bezpečnosti, které ptáčci podepsali, bylo ve skutečnosti přiznání k vyloupení banky. Zlý stračák Pakáž je všechny doběhl a teď je čeká trest. „Cože je na tom papíře?“ nechápal Modř. „Je tam napsáno, že se přiznáváte k vyloupení banky, které se stalo dnes ve 14:01.“ Kukačka se podívala na hodinky, bylo teprve 12:12. Než stihla něco říct, pokračoval druhý Modř s další otázkou: „Kde se ta banka vůbec nachází?“ „To je přísně tajné,“ řekl pan ředitel a potom dodal: „Kdybych vám to řekl, mohli byste se ji pokusit vykrást.“ „Nerad vás přerušuji, pane řediteli,“ řekl Pakáž nosovým hlasem, „ale právě řešíme, že už tu banku vykradli.“ „Aha, tak v tom případě vám mohu říci, že banka je na jednom pustém ostrově, který se nachází na opačné straně jezera než Ptačí Ostrov.“

Úloha 1. Na hrací mřížce 10×10 jsou některá pole označena čísly. Určete, která pole budou bílá (ostrovy) a která černá (voda), aby platilo:

- Každé číslo označuje ostrov (bílá pole vzájemně spojená stranou) o přesně tolika bílých polích, včetně políčka s číslem.
- Každý ostrov obsahuje právě jedno číslo, ostrovy se nesmí dotýkat stranou (ale rohem ano).
- Všechna černá pole (voda) tvoří souvislou oblast dotýkající se stranami.
- Nesmí vzniknout žádný čtverec 2×2 černých polí.

1				2					
	2		4						
									7
	2								
			5				3		
			2						
		9						3	
6									

„Ráda bych vás upozornila, že banka ještě nebyla vyloupena, protože je teď 12:13,“ řekla kukačka. Pakážovi přeběhl mráz po zádech. Jak mohl udělat takovou chybu? Teď bude trest čekat jeho, nikoliv žáky 1. A. Naštěstí pro něj pan ředitel, jak už je nejspíš z předchozího děje patrné, nebyl zrovna nejbystřejší. Trvalo mu docela dlouho, než pochopil, co vlastně kukačka řekla. Nějak se mu nechtělo věřit, že by mluvila pravdu, proto zkontroloval, kolik je hodin, a potom několikrát přelétl očima z hodinek na papír a zpět. Když byl přesvědčen, že údajný čas vyloupení banky ještě nenastal, snažil se najít cestu, jak z toho ven. Vůbec ho totiž nenapadla možnost, že přiznání, které mu dal Pakáž, bylo ve skutečnosti zmanipulované. Spojil své jediné dvě mozkové buňky dohromady a dospěl k úžasnému řešení. „Jestliže banka ještě nebyla vyloupena, tak si vás znovu zavolám, až vyloupena bude, tzn. ve 14:02. Pak už budete jednoznačně usvědčeni a náležitě potrestáni.“ Ptáčkům se toto řešení nelíbilo a měli pocit, že je na něm něco špatně, ale nedokázali najít chybu. „Teď se vraťte zpět do výuky!“ rozkázal pan ředitel. Ptáčci se tedy odebrali zpět do tělocvičny. Nacházel se tam pouze pětros Šprtos. Raději se postavili do řady, aby nedostali od tělocvikáře trest, a počítali šilinky.

Úloha 2. *4 ptáčci stojí v řadě. Počet šilinků druhého z nich je aritmetickým průměrem počtu šilinků jeho dvou sousedů. Dále pro třetího z nich platí, že jeho dva sousedé mají dohromady dvojnásobek šilinků, co on sám. Nakonec, poslední ptáček v řadě má tolik šilinků, co všichni ostatní dohromady. Kolik šilinků má první ptáček v řadě?*

Když dlouho nikdo nepřicházel, začalo to být ptáčkům podezřelé. Tělocvikář jim přišel jako typ ptáka, který si užívá každou minutu strávenou terorizováním žáků fyzickou aktivitou. Nedávalo proto smysl, že by přišel do hodiny pozdě. Ptáčci začali potichu debatovat, zda nevyužít nepřítomnosti tělocvikáře k nenápadnému opuštění školní budovy.

„Musíme odejít, dokud nás nikdo nesleduje, jinak nás ředitel potom potrestá,“ řekl Píp.

„Nebo nás předá ptačí policii,“ navrhnul alternativní možnost Podloudňák.

„Taky nás mohou poslat na nucené práce na poli,“ napadlo Spáče.

„Na čerstvém vzduchu by se hezky spalo,“ doplnil druhý špaček.

Úloha 3. *Píp, Podloudňák a Spáč pracují na poli. Píp udělá celou práci za 3 hodiny. Podloudňák udělá za hodinu polovinu celé práce a ještě tolik, co udělá za stejnou dobu Spáč. Všichni tři dohromady udělají celou práci za 2 hodiny. Jak dlouho by celá práce trvala Spáčovi?*

Pípovi se na poli moc pracovat nechtělo, tak se snažil vymyslet nějaký plán. „Co kdybychom tomu Kenárovi a Pakážovi zabránili, aby banku vyloupili?“ „To nepůjde, banka je přece na vzdáleném ostrově,“ podotknul Modř. Ptáčci už uměli létat, ale netroufali si letět takovou vzdálenost. Navíc by hrozilo nebezpečí, že se po pádu utopí. „Myslím, že to není žádný problém,“ řekl Čimčarárum. Všichni ptáčci na něho překvapeně hleděli. „Já jsem totiž místní pirát a můžu sehnat loď.“ Teď byli ptáčci ještě překvapenější. „Já myslím, že jsi místní alkoholik,“ rýpnul do něj Podloudňák. „Správný pirát pije rum,“ řekl Čimčarárum. Tak se rozhodli, že se vydají na plavbu. S Čimčarárumem šli ještě Píp a Čirik, protože patřili mezi chytřejší z ptáčků. Nenápadně vylezli oknem tělocvičny na ulici. Jan husa zavřel okno, takže po nich nezůstaly žádné stopy. Chvilí nato přišla do tělocvičny nějaká neznámá učitelka. „Vítejte na dnešní hodině,“ řekla milým hláskem. „Co se stalo s tělocvikářem orlem?“ zeptal se Rerer. „Byl vyhozen ze školy za hrubé zacházení s žáky,“ odpověděla paní učitelka. „Teď vás budu učit tělocvik já. Nechci být na vás moc přísná, takže si můžete dělat, co chcete.“ Ptáčci byli naprosto nadšení, místo namáhavých cviků měli volnou hodinu. Nejvíce si oddechl pštros Šprtos, který si hned začal číst knihu. Sýkorky zpívaly, Spáčové spali, kačenka kvákala, Jan husa kejhal. Zkrátka všichni velmi aktivně trávili hodinu tělesné výchovy. Modřové si chtěli opět házet papírovou vlaštovkou, nejdříve si ji ale museli poskládat.

Úloha 4. Modř má z jedné strany barevný papír o délce stran $a = 21$ cm, $b = \sqrt{2} \cdot a$, s pravými úhly ve všech rozích (čili klasická A4). Má ho před sebou barevnou stranou nahoru na výšku a podle následujícího návodu skládá běžnou vlaštovku:

1. Přeloží k sobě delší strany papíru a opět rozloží.
2. Přeloží obě horní hrany na osu vytvořenou v kroku 1.
3. Hrany vzniklé v kroku 2 (šikmé hrany) přehne na osu z kroku 1 (tak, aby horní hrany z kroku 2 zůstaly na ose z kroku 1).
4. Přehne papír po ose z kroku 1 napůl.
5. Přehne křídlo tak, že rukojeť vlaštovky má tvar pravouhlého lichoběžníku s výškou 1 cm (delší základnou je hrana z kroku 1). Tento lichoběžník není svrchu viditelný, je schován uvnitř.

Vypočítejte plochu barvy, která je svrchu vlaštovky vidět. (Zanedbejte nepřesnosti skládání při reálném provedení a tloušťku ohybů.)

Nápověda: pokuste se dokázat co nejvíce shodností pomocí legitimních prostředků (např. vět o shodnostech trojúhelníků), pokud ale nevíte, nebojte se použít „selský rozum“ (např. jsou-li po přehnutí dvě věci přes sebe, jsou shodné).

Zatímco si osatní ve škole užívali zábavu, Píp, Čirik a Čimčarárum byli na cestě do pirátského přístavu. Ten se nacházel v zastrčené části Ptačího Ostrova, ve které ptačí policie nechodila na obhlídky, tudíž zde piráti mohli provozovat nelegální aktivity. Prošli kolem krčmy, ze které se ozýval hlasitý řev následovaný několika výstřely. Na ulici vysedávalo několik starých mořských vlků, kteří si brousili šavle, popíjeli rum či kouřili doutník blízko sudu se střelným prachem. Postupně klesali dolů sítí spleťtých uliček, až se jim naskytl výhled na bouřlivé jezero. Zbývalo sejít poslední schody, aby se dostali na molo, u něhož kotvil půltucet lodí. Před nimi ale šel jednonohý pirát, kterému schody dělaly potíže, takže museli počkat. Když se konečně dostali dolů, cestu jim zastoupil pestrobarevný pirátský papoušek. „Pokud chcete do přístavu, musíte říct heslo,“ upozornil je. Čimčarárum samozřejmě heslo znal, byla to dvojice prvočísel.

Úloha 5. Pro prvočísla p a q , $p > q$ platí, že rozdíl druhých mocnin p a q má právě 4 kladné dělitele. Najděte všechny možné dvojice p , q .

„Tohle je moje loď,“ řekl Čimčarárum, když došli k jedné kocábce.

„Ne, je to moje loď,“ ozvalo se z podpalubí. Píp a Čirik se polekali, že nějaký pirát krade loď, na které se měli plavit.

„Nebojte se, to je jen vrabčák Jack,“ utěšoval je Čimčarárum. Jack byl naštěstí celkem hodný pirát, a tak jim nabídl, že popluje s nimi. Zbývalo jen nachystat pár věcí na cestu. Bylo potřeba zašít plachtu, ucpat díru v podpalubí, naložit sudy se střelným prachem a taky soudek rumu. Společnými silami to všechno zvládli za pár minut. Ještě nakonec doplnili zásobu dělových koulí. Čimčarárum se rozhodl otestovat i dosud nepoužité dělové krychle.

Úloha 6. Máme krychli se stranou 12 cm a kouli s poloměrem 7 cm, obě tělesa mají střed ve stejném bodě S . Určete, s jakou pravděpodobností bude náhodně vybraný bod z povrchu krychle také součástí (uvnitř) koule.

Ve škole mezitím ptáčkům skončila tělesná výchova. Na další hodinu se dostavili již do normální učebny. Chvilí po kukání přišel starý havran v roztrhaném oblečení. „Dobrý den, já se jmenuju Chudřas a dnes vás budu učit finanční gramotnost.“ Ptáčci si ho chvíli prohlíželi a došli k závěru, že zřejmě nemá moc peněz nazbyt.

„Dneska je to jen výjimečné suplování, normálně vás bude učit pan kolega Boháč,“ doplnil Chudřas. „Budeme si povídat o tom, jak bezpečně spořit a vyhnout se dluhům.“

„Co jsou to dluhy?“ zeptal se Nešika.

„To, čeho mám spoustu,“ odpověděl pan učitel.

„Já žádné nemám,“ ozvala se Kačenka, „nemůžete mi nějaké dát?“

„Asi jste mě úplně nepochopili, ale dluhy jsou špatná věc, kterou nechceme.“

„Tak proč je máte?“ nechápal Podloudňák.

„Když jsem si po dlouhých letech našetřil na hnízdo, tak mi do něj hned následující den uhodil blesk a já jsem si ho ještě nestihl pojistit. Pak jsem si našetřil na nové hnízdo, ale to jsem vsadil na červenou a prohrál jsem. Potom jsem ještě nechtěně vyhodil jednu továrnu do povětří.“

Ptáčci uvažovali, jak je možné, že někdo s takovou historií může vyučovat finanční gramotnost.

„Abych ale pravdu řekl,“ pokračoval Chudřas, „já jsem v tom celkem nevinně. Může za to podporování ekonomické nerovnosti státem, který chudým bere a bohatým dává.“

„Co je to ekonomická nerovnost?“ zeptal se Nešika.

„Můžete si to představit jako trojúhelníkovou nerovnost,“ odpověděl pan učitel.

Úloha 7. Najděte všechna kladná reálná čísla a , b , c , která mohou být stranami trojúhelníka a která splňují následující nerovnost: $a^2 + ab + bc < c^2$.

„Když náhodně vybereme tři ptáčky, tak součet příjmů libovolných dvou z nich musí být větší než příjem třetího. Pokud tomu tak není, znamená to, že ve společnosti je ekonomická nerovnost.“ Chudřas si myslel, že touto naprosto geniální spojitostí si konečně získá důvěru ptáčků. Proto ho následující otázka docela překvapila.

„Proč nás vlastně dnes neučí pan kolega Boháč?“ zeptal se Ferer.

„Boháč momentálně bojuje s piráty, kteří představují nebezpečí pro jeho podnikání, protože drancují lodní dopravu.“

Skutečně, Čimčarárum a spol. nebyli ještě ani v půlce cesty k ostrovu s bankou, když se před nimi z mlhy vynořila obrovská loď plná ozbrojených ptáků. Následně zaslechli rozkaz nepřátelského kapitána: „Nabijte kanóny!“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII