

Zadání třetí série

Termín odevzdání: 26. ledna

„Teď jeden po druhém skočíte dolů a vyletíte zpátky nahoru!“ rozkázal orel. „Co když se ale dole rozmáčkeme?“ pípнул Píp. „To se nemůže stát! Létání je strašně jednoduché, stačí jen překonat strach!“ Všichni ptáčci se vystrašeně tlačili v rohu a nikdo nechtěl jít jako první. „Tak takhle by to nešlo,“ konstatoval tělocvikář. „Někdo z vás okamžitě poletí, jinak poletíte do ředitelny!“ To už na ptáčky fungovalo a hned se jich pár přihlásilo. Jako první skočil ze střechy papoušek Nešika. Vlastně neskočil, spíš nešikovně přepadl přes okraj. Chvilí padal přímo dolů, pak roztáhl křídla a pomalu se snášel na školní dvůr. Těsně nad zemí chytil stoupací proud a vznesl se až zpátky nad střechu. „Mohlo to být lepší,“ řekl mu orel a pak křiknul: „Další!“ Když ostatní ptáčci viděli, že se Nešikovi nic nestalo, dodalo jim to odvahy. Jeden po druhém také zvládli skočit dolů a opět vyletět nahoru. Jediný, kdo se zdráhal, byl Šprtos. Orel ale měl dobrý přehled o tom, kdo už letěl, a tak neunikl jeho pozornosti. „Hej ty! Jsi další na řadě!“ zakřičel na něho. „Pštrosi ale...“ snažil se něco říct Šprtos.

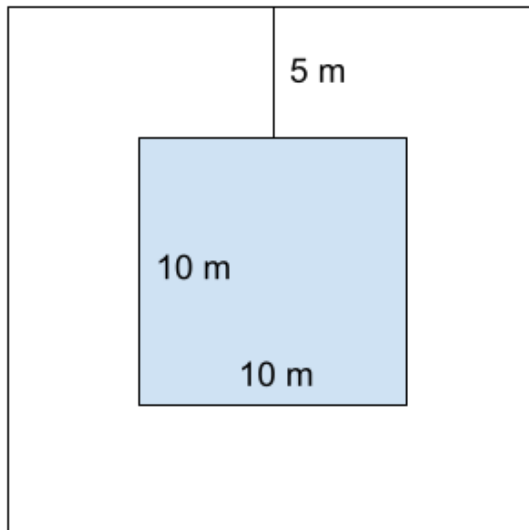
Úloha 0. *Co chtěl pštros Šprtos říct?*

Tělocvikář ale na nic nečekal a shodil ho dolů. Čekal deset vteřin, nic se nedělo. Čekal dalších deset vteřin, pak minutu, dvě minuty a pořád nic. „To je divné, už by byl zpátky nahoře, i kdyby šel po schodech,“ zabručel. Nahlédl přes okraj střechy a uviděl, že pštros leží na zemi a nehýbe se. „Už je konec hodiny, máte rozchod a já si to s ním vyřídím,“ rozkázal a ptáčci nadšeně utíkali pryč. Čtvrtou hodinu měli mít dějepis. Dostavili se proto do příslušné učebny ve čtvrtém patře, třetí dveře vlevo. Přivítal je starý strnad. „Dneska si povíme stručný úvod do historie Ptačího království. Pohodlně se usadte a poslouchajte,“ zahájil. „A taky si všechno zapisujte!“ dodal ještě. Ptáčci si mysleli, že budou mít konečně nějakou flákací hodinu, proto je nemile překvapilo, že si musí dělat poznámky. To se netýkalo Spáčů, kteří usnuli hned poté, co se pohodlně usadili. Ostatní také dlouho nevydrželi psát, však to moc dobře znáte z vlastních zkušeností. Rerer a Ferer začali hrát pod lavicí piškvorky, Modřové začali házet vlaštokou (papírovou, ne svojí spolužačkou) a Čimčarárum z nudy vykřikoval nějaká neznámá slova. „Teď se dostáváme k té nejdůležitější věci,“ povídal zrovna pan učitel. „Totiž poté, co proběhla vaječná defenestrace ve Slepčinci, využila oslabení moci slepic jedna známá dvojice, která pak v roce 2026 sjednotila veškeré ptactvo. Věděl by někdo z vás, o které dvojici mluvím?“

Úloha 1. *Najděte všechny dvojice přirozených čísel a, b , pro která platí $a^2 = 2026 + b^2$.*

„Nikdo z vás neví?“ pokračoval po krátké odmlce strnad. „Tohle byste ale měli vědět. Neříkejte, že jste o nich nikdy neslyšeli.“ „Ne, neslyšeli,“ odpověděl za všechny Podloudňák. „Fakt jste nikdy neslyšeli jména Zobík a Old Shatterwing?“ pan učitel pomalu ztrácel trpělivost. Podloudňák se hanbou začervenel, že těm dvěma nemohl přijít na jméno. Vzpomněl si, že už to někde slyšel, a cítil se trapně. Pan učitel to už naštěstí nekomentoval a dál pokračoval ve výkladu. „Poté byly slepičí kmeny vykázány za hranice Ptačího království. Zavládlo období prosperity, které narušila snad jen jedna nepříjemná událost, upálení Jana Husa.“ „Já už to nemůžu dál poslouchat, mně je z toho špatně,“ ozval se Jan husa. „Tak se jděte proběhnout ven, na čerstvý vzduch,“ snažil se ho vystrnadit strnad.

Úloha 2. Jan husa se šel proběhnout kolem učebny dějepisu o rozměrech 10×10 m. Vyšel ze dveří, vzdálil se 5 m od učebny a uběhl 5 čtvercových okruhů, viz obrázek. Další den se mu motala hlava, takže chtěl uběhnout jen 1 čtvercový okruh, ale tak, aby uběhl stejnou vzdálenost jako den předtím. Kolik metrů se musel vzdálit od učebny druhý den?



Pan učitel se opět pustil do výkladu. Těsně před koncem hodiny někdo zaklepal na dveře. Byl to pštros Šprtos. Mírně pokulhával, ale jinak vypadal, že je živý. „Omlouvám se za pozdní příchod, doufám, že jsem toho moc nezameškal,“ pronesl zdvořile. „Byla to jen úvodní hodina, moc jsme toho neprobrali,“ řekl přátelsky pan učitel, „stačí, když si nastudujete kapitoly jedna a dva. . .“ „To v pohodě zvládnou,“ přerušil ho Šprtos. „. . . ze třetí učebnice a celou první a druhou učebnici,“ dokončil větu pan učitel. Šprtos zůstal nevěřičně stát s otevřeným zobákem. V tu chvíli zakukalo na konec hodiny a dav opeřenců ho vytlačil ze dveří. Všichni se snažili co nejrychleji dostat pryč. Přestávky byly krátké a chtěli si užít co nejvíce zábavy. Museli také nalézt učebnu, kde budou mít další hodinu, což mohlo trvat dost dlouho. Škola byla jedno velké bludiště s nespočtem slepých chodeb a nenápadných dveří. Pro malé ptáčky bylo náročné proplétat se davem starších opeřenců a po chodbách se navíc často potloukala podezřelá individua. Píp například spatřil růžovou červenku, jak vyplňovala tabulku.

Úloha 3. Vyplňte tabulku. Každé pole musí mít nějakou barvu – žlutou, červenou, zelenou, modrou nebo fialovou. V každém poli bude právě jedno přirozené číslo 1–9. V celé tabulce může být stejné číslo maximálně 3×. Řešení se nemusí zdůvodňovat.

Víte, že:

- Součet čísel v jednom řádku může být maximálně 28.
- Barvy ve sloupci se nesmí opakovat.
- Součet čísel v polích s červenou barvou je roven 43 a tato čísla čtená po sloupcích vytváří palindrom.
- Červeně vybarvená plocha je osově souměrná podle sloupce C.
- Na modrých polích nemůžou být čísla 3, 4 ani 5.
- Ve sloupci D nesmí být žádné číslo menší než 7.
- Když sečteme čísla na fialových polích, vyjde nám 20.
- Každé žluté políčko má pod nebo nad sebou zelené políčko.
- Stejná čísla spolu nesmí sousedit stranou.
- Stejně barvy spolu nesmí sousedit stranou.
- Součet čísel v jedné diagonále je o jedna menší než součet čísel v druhé diagonále.
- Zelená barva nesmí být v 3. a 5. řádku.
- Na políčkách B1 a B5 jsou stejná čísla.
- Na druhém řádku je více žlutých než zelených políček.

	A	B	C	D	E
1	2				
2					
3	9		1		
4					
5					2

Čirik zas prošel kolem havrana v bílém plášti. Ten dělal nějaký vědecký experiment se světlem, které dopadá do krabice.

Úloha 4. Mějme čtvercovou nádobu s nekonečně tenkými na dno kolmými stěnami o výšce 4 cm a nekonečně tenkým dnem. Nádoba má ve výšce 1 cm nad dnem přepážku, která je rovnoběžná se dnem a má uprostřed čtvercovou štěrbinu. Šířka nádoby je 8 cm, šířka štěrbiny je 2 cm.

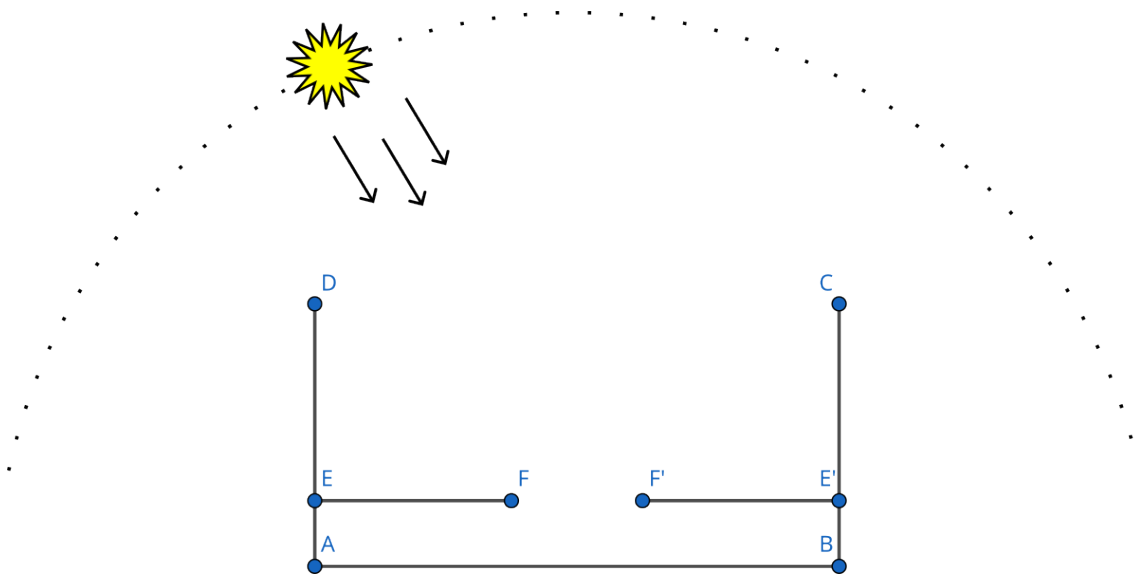
Pozn. 3D model čtvercové nádoby najdete [zde](#).

Mějme zdroj světla, jenž je nekonečně daleko a svítí tedy svazkem rovnoběžných paprsků. Zdroj světla krouží kolem krabičky v rovině vymezené středy horní a spodní hrany protilehlých stěn krabice (viz obrázek s body A, B, C, D).

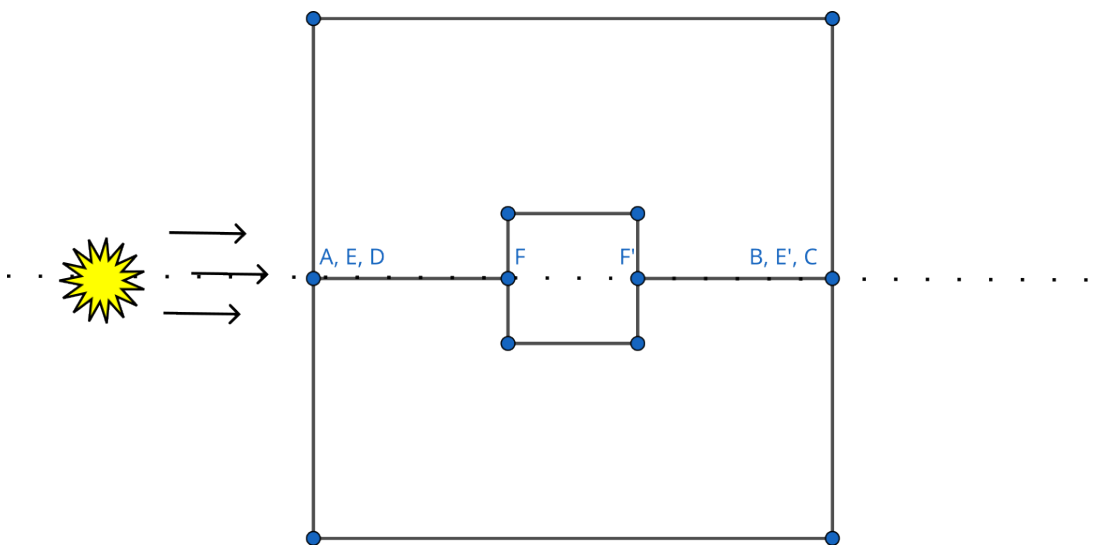
Vymezte plochu dna, jež bude někdy osvětlena. Použijte např. kartézskou soustavu souřadnic nebo obrázek doplněný o potřebné vzdálenosti. Nezapomeňte všechna svá tvrzení dokázat.

Pozn. V úloze zanedbejme difrakci (pokud nevíte, o co jde, tak to v této úloze nemusíte řešit).

Pohled na situaci ze strany:



Pohled na situaci svrchu:



Všichni se nakonec úspěšně dostali do příslušné učebny. Trvalo jim to sice trochu déle, než byl čas vyhrazený na přestávku, ale Čimčarárum podplatil kukačku, aby pozdržela kukání. Další hodinu měli mít totiž matematiku a on se doslechl, že pan učitel je velmi přísný a dává pozdní příchody. Když se kanár jménem Kenár objevil, skutečně vypadal velmi přísně. Posadil se na stůl a řekl: „Dneska si ukážeme vaši oblíbenou část matematiky, tzn. geometrii.“ Pípovi se jeho hlas zdál být nějaký povědomý, pak si s hrůzou vzpomněl, že to je ten pan učitel, do jehož hodiny omylem vlezl, a pak dostal brzký odchod. Kanár Kenár mezitím spustil dataprojektor a začal promítat nějaký dokument. Byl to jeden z mála učitelů, který uměl zacházet s elektronikou. „Ták, tady máme takový ‚hezký‘ příklad,“ řekl s ironickým nádechem a ukázal následující příklad.

Úloha 5. *Nechť má trojúhelník ABC kružnici opsanou k a body D, E, F na ní jsou takové, že úsečky AD, BE, CF jsou průměry kružnice k . Nakonec nechť G, H, I jsou obrazy bodů D, E, F v osové souměrnosti postupně podle os stran BC, AC, AB . Dokažte, že se úsečky AG, BH a CI protínají v jednom bodě.*

Ptáčci chvíli počítali, ale k ničemu se nedostali. Dokonce ani Šprtos nedokázal tento příklad spočítat. Byl totiž na stopě něčemu mnohem důležitějšímu. S velkou pečlivostí poslouchal Kenárovo každé slovo a díval se na nějaký papír. Pan učitel se mezitím pustil na tabuli do řešení příkladu. Vyřešit mu to trvalo ani ne dvě minuty. Ptáčci byli ohromeni jeho matematickými schopnostmi. „Překvapuje mě, že nikdo z vás tento jednoduchý příklad nevyřešil.“ „To nebylo jednoduché!“ protestoval Modř. „Já dávám vždy jen jednoduché příklady,“ pravil Kenár. „Víte, já jsem totiž studoval na Univerzitě Jednoduchosti v Bukaji, krásné to město. Vy možná znáte jen Dubaj, ale Bukaj je mnohem lepší, tam máte krásné bukové lesy a...“ Více už Šprtos nepotřeboval vědět. „To je on! To je on!“ začal křičet na celou třídu, mávaje papírem. Znudění ptáčci kolem něho se chopili příležitosti k rozptýlení a přidali se k pokřiku. „Copak se to děje tam vzadu?“ položil kanár řečnickou otázku. Když se pokřik ozýval i nadále, zamračil se a zaduněl: „To bude za mínusko!“ Ptáčci se polekali a okamžitě přestali. Píp měl příležitost nahlédnout, co byl zač ten papír, kterým Šprtos mával. Byl to ten plán vyloupení banky, na který upozornil již v hodině češtiny, ale paní učitelka mu nevěnovala pozornost. Co ale pštrosa nejspíše zaujalo, byl podpis úplně dole: *Kenár, UJ Bukaj*.

Omyl byl naprosto vyloučen, jejich učitel matematiky byl ve skutečnosti bankovní lupič. Bylo patrné, že to plánoval ještě při studiu na univerzitě, šlo tedy nejspíše o spoustu peněz. Z úvah Pípa vyrušil hlas od učitelského stolu: „To už je pro dnešek všechno.“ „Nemůžete skončit, do kukání zbývá ještě 10 minut!“ protestoval Šprtos, znalý školního řádu. „Ale já spěchám na oběd,“ odbyl ho Kenár. „Nebo taky vyloupit banku,“ pomyslel si Píp. Většina ptáčků ale byla nenažraná a vidina obědu je rychle vyhnala ze třídy.

Po obědě měli delší přestávku, a tak si krátili čas hraním různých her. Jak už je nejspíš z předchozího děje patrné, jejich oblíbenou hrou byly šachy.

Úloha 6. *Píp dostal informaci, že se Čírik pokusí ukrýt ve formě šachového krále na šachovnici 8×8 . Píp má k dispozici neomezený počet šachových koní, ale pouze koní, a jeho cílem je jich využít co nejméně. Pravidla jsou takto: Píp umístí své šachové koně na prázdnou šachovnici 8×8 , Čírik potom zkusí ukrýt na nějaké prázdné pole svého krále tak, aby na něj neútočil žádný kůň. Pokud se mu to povede, vyhrává, jinak vyhrává Píp. Kolik nejméně koní je potřeba na to, aby si Píp mohl zajistit úspěch? (tj. kolik nejméně koní potřebuje Píp a jak je musí rozmístit, aby nebylo žádné prázdné pole, na které neútočí žádný kůň?)*

Šestou hodinu měli mít opět tělocvik. Po zkušenostech z předešlé hodiny nebyl nikdo z ptáčků příliš nadšený. Zejména pštros Šprtos se klepal strachy a raději počítal následující příklad.

Úloha 7. *Nechť a je nenulové celé číslo. Dokažte, že čísla $a^{2026} + 3$, $a^{2026} + 5$ nikdy nemůžou být zároveň prvočísla.*

Když už byli ptáčci nastoupení v tělocvičně a kukačka se chystala zakukat na hodinu, ozval se školní rozhlas: „Žáci 1. A nechtě se okamžitě dostaví do ředitelny. Opakuji, žáci 1. A okamžitě do ředitelny!“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII