

Zadání třetí série

Termín odevzdání: 5. února

„6, 5, 4, 3, 2, 1, start...“

Po zaznění slova start se ozvala táhlá ohlušující rána. Raketa se odlepila od země a vzlétla směrem vzhůru. Všichni zmlkli a chvíli tiše seděli. Až nyní si pořádně uvědomili, k čemu se doopravdy zavázali. Mlčení přerušila ŘIM se slovy: „Nedáte si něco k pití?“

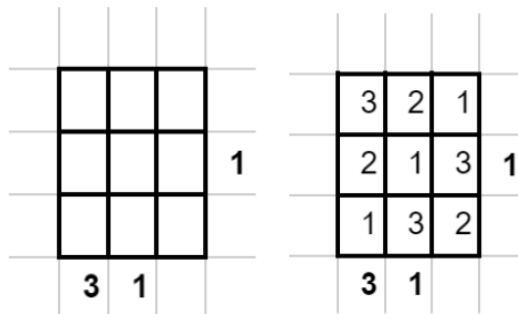
Úloha 0. Ke každé živé postavě na palubě napište unikátní nápoj, který si dá. (Jména členů posádky nalezneš v příběhu 2. série.)

Když si všichni vybrali, ozvalo se hučení ze stolu. Cestující si vyměnili zmatené pohledy, ale když ze stolu vyjela objednaná pití, každý pochopil. Poté, co všichni vypili své lahodné nápoje, ozvala se ŘIM: „Pokud byste chtěli něco k snědku, musíte zajít do skladu. Je tam ale velký nepořádek, takže tam dříve nebo později musíte uklidit nebo udělat srozumitelný systém.“

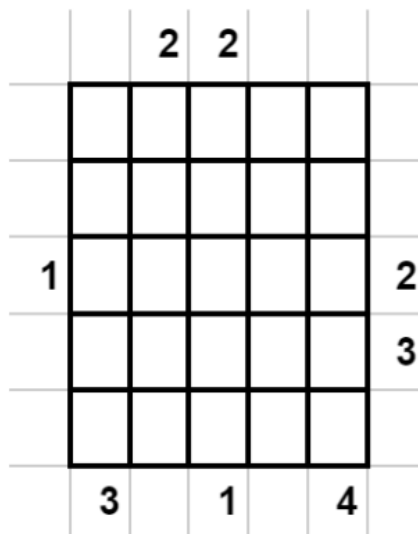
Úloha 1. Máte krabice v pěti různých velikostech, přičemž menší krabice přes tu větší nevidíme. Vyplňte celou tabulku krabicemi, aby se stejná velikost krabice nevyskytovala v žádném řádku ani sloupci dvakrát (jako v sudoku). Čísla na okrajích tabulky značí počet krabic, které tím směrem vidíte.

Příklad (pro 3 rozměry krabic):

Příklad řešení:



Vaše zadání:



Tamara se ihned zvedla a řekla: „Pojďme to udělat, ať to máme hotové. Čím dřív, tím líp.“ Všichni až na Matěje s Bárrou se zvedli a šli za Tamarou. Matěj stále něco řešil a Bára se mu snažila pomoci. Ostatní chvíli následovali Tamaru, když najednou Dušan řekl: „Ale sklad jsme před chvílí přešli. . .“ Vrátili se a Dušan přistoupil ke dveřím od skladu. Vedle nich se nacházela maličká obrazovka, na které měl být zapsaný kód, kterým se sklad otevře. Ten byl bohužel poškozený.

Úloha 2. *Byl nám poslán kód v podobě trojčiferného čísla (nezačínal nulou). Kód se k nám ale dostal poškozený, cestou ho zachytily nepřátelské filtry. Ty kód sice pošlou dál, ale nějakým způsobem poškozený nebo upravený, a to podle následujících pravidel:*

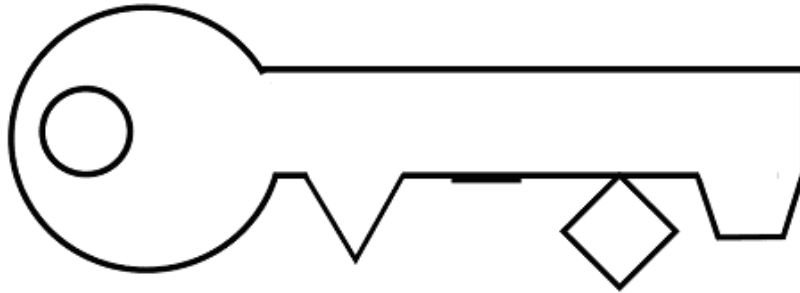
- *Trojúhelníkový filtr přidá na konec řetězce „ Δ “, pokud bylo vložené číslo dělitelné třemi, a „ ∇ “, pokud nebylo (tedy „36“ $\xrightarrow{\Delta}$ „36 Δ “).*
- *Mazací filtr smaže poslední cifru a na konec řetězce přidá „|“ (tedy „36“ $\xrightarrow{|}$ „3|“).*
- *Převodový filtr číslo převede do dvojkové soustavy (tedy „36“ $\xrightarrow{=}$ „100100“), barvu čísla nemění.*
- *Barvicí filtr obarví sudá čísla modře a lichá červeně. Obarví i zbylé znaky, které do filtru vstoupily (tedy „36 Δ “ \xrightarrow{B} „36 Δ “).*

Filtry mohou kód zachytit v jiném než uvedeném pořadí a každý filtr mohl zachytit kód nejvýše jednou. Text nám byl poslán neobarvený (černý), psaný v desítkové soustavě. Každý filtr zpracovává pouze číselné znaky, ostatní ignoruje (jen barvicí je obarví). Pokud filtr přidává nějaký znak za konec řetězce, vrací ho nejen za číslo, ale i za všechny ostatní znaky (tedy „36|“ $\xrightarrow{\Delta}$ „36| Δ “). Se všemi čísly se pracuje, jako by byla zapsána v desítkové soustavě (takže např. trojka zapsaná ve dvojkové soustavě jako „11“ není dělitelná třemi).

Zjistěte, jaký trojčiferný kód nám byl zaslán, pokud jsme obdrželi „110001 Δ |“. Zároveň zapíšte, které filtry jsme použili, v jakém pořadí a zdůvodněte, proč nemohlo být jiné.

„Sakra,“ ulevil si Dušan, když po deseti neúspěšných pokusech vzdal své snažení. „Mohl bych zajít pro klíč,“ nabídl se Tomáš. Za příkyvování ostatních se vydal směrem do místnosti s kulatým stolem. Když tam dorazil, rychle se rozhlédl a zamířil ke skříňce s klíči. Po jejím otevření zjistil, že klíče nejsou popsány. Naštěstí byla na dvířkách nalepená tabulka s nápovědou k rozluštění, k čemu klíče patří.

Úloha 3. Klíč s parametry $2/3$, $1/5$, $4/4$ a $3/5$ vypadá takto:



Klíč, který Tomáš hledá, má parametry $2/4$, $3/5$, $4/6$, $3/4$. Načrtněte, jak bude vypadat.

„Mám ho,“ zaradoval se Tomáš, když konečně získal vytoužený klíč. Šel rychlou chůzí zpět ke skladu. Cesta nebyla hladká, protože špatně zahrnul. Když nakonec dorazil ke skladu, odemkl dveře. Všichni se zděsili, jelikož za dveřmi byly další dveře. Naštěstí tady už kódy byly napsané. Jenom bylo potřeba zjistit, jak ty kódy fungují.

Úloha 4. Každý na raketě mohl otevřít dveře svým osobním pětimístným kódem znaků A–Z nebo 0–9 splňujícím pravidlo:

„Kód $ABCDE$ je platný, jsou-li splněny právě dvě ze tří podmínek $\{P, Q, R\}$,“

přičemž víte, že podmínky P, Q, R jsou některé tři podmínky ze seznamu:

1. první znak kódu je písmeno,
2. čísel je v kódu více než písmen,
3. v kódu je alespoň jeden ze znaků $\{B, E, S, T, 1, 6, 8\}$,
4. v kódu je číslo sousedící se dvěma písmeny,
5. v kódu se nějaký znak opakuje.

Zjistěte, o které tři podmínky jde, a navrhněte další čtyři kódy, které pravidlu vyhoví, jestliže máte k dispozici seznam několika platných a neplatných kódů:

Platné kódy	Neplatné kódy
7B8BU	27PQR
7E6S3	66PSU
8P8P8	77777
DU5UK	12345
TTTTT	KAJAK
L5K92	A2375
V863H	S8V68

Když podmínky zjistili, kódy zadali a dveře se otevřely, zůstali všichni zkoprněle stát. ŘIM se začala nahlas smát: „Ha ha ha ha ha ha. . . Opravdu jste se snažili jít do skladu a místo toho jste otevřeli nádrž s palivem.“ Tomáš si pomyslel: „Já jsem si říkal, že ten sklad byl jinde.“ Když si všichni dostatečně zanádařovali, přišel Matěj s Bárou a poznamenali: „Když jste se tak krásně zaměstnávali, my jsme vymysleli takový zajímavý příkládek s tou nádrží.“

Úloha 5. *Nádrž se vypustí menším odtokem za 10 hodin, větším odtokem za 8 hodin. Nádrž začali vypouštět menším odtokem, který se ale po 2 hodinách ucpal, museli tedy otevřít i větší odtok. Oprava menšího odtoku trvala půl hodiny, po zbytek vypouštění byly otevřeny oba odtoky. Jak dlouho trvalo vypustit celou nádrž?*

„Dobrá, zajímavá úloha, ale pojďme najít ten sklad. Kolik je tady místností? Nebude jich tolik, ne?“ odsekla Helena. „Můžeme se rozdělit na dvě skupiny. Jedna bude kontrolovat místnosti v prvním patře a druhá v druhém patře,“ navrhnul Tomáš. „A kolik místností tu je?“ zeptala se Helena.

Úloha 6. *V raketě je x místností v prvním a y místností v druhém patře. Počet místností v prvním patře je lichý, stejně jako ve druhém. Zároveň když budeme chápat (x, y) jako jejich největšího společného dělitele a $[x, y]$ jako jejich nejmenší společný násobek, platí*

$$\frac{x - 2 \cdot y + [x, y]}{x \cdot y} = x + y - 4 \cdot (x, y) + 6$$

Kolik je místností v prvním a v druhém patře?

„Až najdeme sklad, sejdem se v kruhové místnosti nad zasedačkou.“ řekl Dušan. „A vejdem se tam všichni?“ zeptal se Tomáš. „To je jasný, že ano. Když si spočítáš obvod toho čtyřúhelníku vepsaného do té místnosti, dojde ti to.“

Úloha 7. *Kružnici je vepsán čtyřúhelník $ABCD$, jehož dvě strany jsou rovnoběžné a jehož nejdelší strana měří 6 cm. Na kružnici leží bod E takový, že úhel AEB je pravý a úhel CED má 30° . Vypočítejte obvod čtyřúhelníku.*

(Nápověda: Nastudujte si Větu o obvodovém a středovém úhlu.)

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII