

## Zadání druhé série

Termín odevzdání: 4. prosince

„Crr, crr, crr, crr, crr.“

„Skonči, frajere!“ brblá Tomáš a vypíná budík, aniž by zvedl hlavu ze stolu. Chvilí tiše trpí, než se odhodlá vstát. Zjišťuje, že usnul v pracovně. Dívá se na hodinky a vidí čas 5:34.

„Ke startovací rampě je to docela štreka. Už půjdu, ať jsem tam včas,“ říká si nahlas Tomáš a pokračuje v úvaze: „Měl bych si pustit něco, co mě po ránu nabije – nějaký skvělý barokní koncert. Třeba Vivaldiho nebo Bacha. Ó můj bože, nebo Telemanna!“

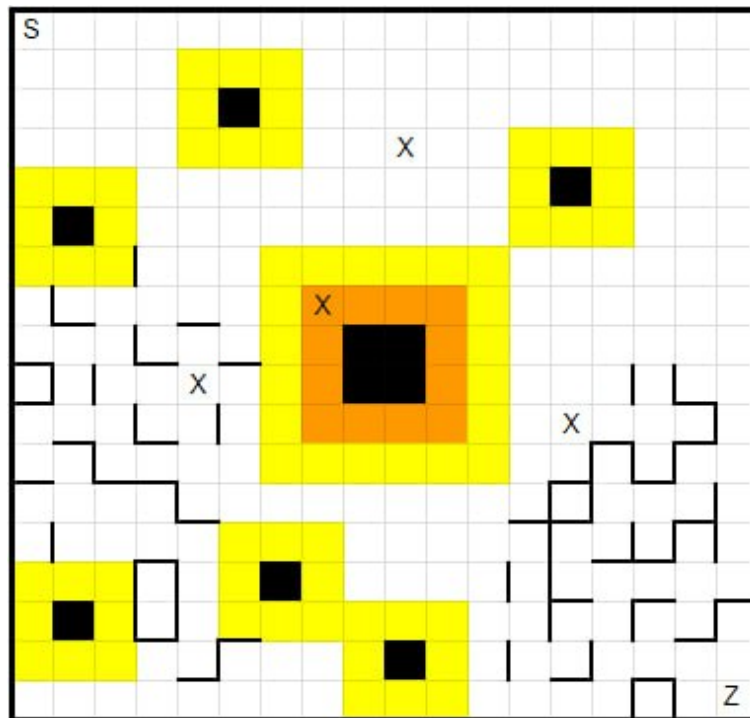
**Úloha 0.** *Napište, který barokní koncert si Tomáš poslechl. Specifikujte i přesně jeho oblíbenou větu a důvod, proč je právě tato věta jeho oblíbená.*

Dozněl krásný poslední akord a Tomáš dorazil k rampě. Nad ním se klenula obrovská raketa. „To je strašně crazy,“ chytil se Tomáš za hlavu.

„Pojď prosím sem, začneme s přípravou,“ ozve se zpoza rakety. Tomáš obchází raketu a vklouzne do otevřených dveří. Ocítl se v místnosti připomínající posluchárnu. U tabule plné výpočtů stojí doktorka Stejskalová promítající plán výpravy.

„Už sme všetci, takže môžeme začať,“ řekne a začne přednášet.

**Úloha 1.** *Najděte cestu ze Země (Z) ke shluku planet (S). Cestou musíte proletět přes všechna místa označená písmenem X. Přesun do sousedního políčka mapy (doleva, doprava, nahoru a dolů, ne šikmo) trvá hodinu. Máte pouze 60 kusů Kyclia a každou hodinu spotřebujete jeden. Černá políčka jsou černé díry, kterými nelze proletět. Pokud proletíte žlutými oblastmi, čas strávený tam bude pro okolní svět dvakrát delší a spotřebujete dvakrát více Kyclia. V oranžových bude třikrát delší a spotřebujete tam třikrát více Kyclia. Černé čáry jsou asteroidy. Přes ty nelze létat.*



„Děkujeme doktorce Stejskalové za teoretickou přípravu na misi,“ řekl muž sedící v rohu místnosti. „Já jsem Freiherr. Budete se mnou komunikovat z vesmíru. Teď poprosím všechny, kteří odlétají do vesmíru, aby šli za mnou,“ pokračoval onen muž. Zvedlo se sedm lidí včetně Tomáše a odcházelo za ním. Freiherr je odvedl do rakety. Před vchodem se zastavil a řekl: „Nyní si projdeme vnitřek rakety a probereme si podrobnosti, jako kam letíte a tak. Dejte si pozor na tuhle čtečku otisků dlaní. Dá se nastavit pouze jednou, takže všichni na ni po jednom přiložíte ruku, abyste mohli raketu otevřít.“

**Úloha 2.** Čtečka otisků dlaní je ve tvaru trojúhelníku  $ABC$ . Osa úhlu při vrcholu  $A$  protíná stranu  $BC$  v bodě  $D$ . Kružnice se středem v bodě  $B$  a poloměrem  $BD$  protíná úsečku  $AB$  v bodě  $E$ . Jaká je velikost úhlu  $ACB$ , když  $|\sphericalangle ADE| = 30^\circ$ ?

Po vyčerpávající prohlídce lodi a vysvětlení všech možných i nemožných funkcí tohoto vesmírného plavidla se Freiherr zastavil u kulatého stolu, kolem kterého bylo sedm židlí. Všichni až na Freiherra si sedli. Freiherr prolomil ticho: „V těch skříních u zdi jsou vaše uniformy. Na loď a v nejhorším případě i mimo ni. Každý máte jednu.“ Po této větě zmizel asi na deset minut. Když se vrátil, začal vysvětlovat detaily výpravy a podrobně popisovat shluky planet a jak vybrat ty, které mají nejlepší předpoklady pro přežití člověka.

**Úloha 3.** Každá planeta, na které může být život, musí splňovat 3 podmínky. Musí na ní být přítomny základní organické sloučeniny, teplota jejího povrchu musí být přijatelná pro lidskou rasu a planeta musí mít alespoň primitivní atmosféru kvůli ochraně před kosmickým zářením.

Organické sloučeniny má 34 planet a správnou teplotu má 36 planet. 35 planet nemá žádnou ze zadaných vlastností. Pouze 2 planety mají všechny tři vlastnosti. Správnou teplotu a současně organické sloučeniny má 6 planet a 3 planety mají zároveň organické sloučeniny a atmosféru. Pouze správnou teplotu má 1 planeta. Správnou teplotu nebo atmosféru má 65 planet. Kolik planet zkoumáme a kolik splňuje alespoň 2 podmínky?

„Toto je ode mě vše. Znáte vše, co potřebujete na úspěšné splnění mise. Odlet je za pár hodin. Seznamte se. Budete spolu dlouhou dobu,“ řekl Freiherr a odešel. Tomáš začal v hlavě panikařit: „Vím o té misi ani ne 48 hodin a mám někam letět. Co mám dělat? Já nic nevím. Áááááá. . .“

Z jeho paniky ho vyrušil člověk sedící napravo od něj: „Co jsem tak od Freiherra pochopil, tak se nikdo neznáme, takže já jsem Michal.“

„Helena.“

„Tamara.“

„Dušan.“

„Matěj.“

„Barbora.“

„Tomáš.“

„Co kdybychom si zahráli takovou hru na seznámení?“ navrhl Michal a začal ji představovat.

**Úloha 4.** Michal a Tomáš hrají hru. Mají na hromádce 2023 sirek a postupně je odebírají, a to pokaždé buď jednu, nebo čtyři sirky. Prohrává ten, kdo nemá co brát. Kdo má vítěznou strategii, jestliže začíná Tomáš?

Když dohráli, šel se každý obléct, jen Tomáš si ještě jednou prohlédl loď. Poté, co se taky nasoukal do uniformy, uslyšel, jak se Dušan podivuje nad nějakým přístrojem. Přišel k němu a Dušan mu začal vysvětlovat: „Toto by měly být vesmírné hodiny. Měří to strašně přesně čas. Vysvětlím ti, jak to funguje.“

**Úloha 5.** *Proti sobě letí různou rychlostí dvě tyče. Od doby, kdy se potkají jejich začátky, do okamžiku, kdy se setkají jejich konce, uplyne 9 sekund. Pokud by jedna z nich stála, druhá by ji mījela 15 sekund. Jak dlouho by se mījely, pokud by stála ta druhá?*

„No a na co nám to bude, když budeme neustále v kontaktu se Zemí?“ zeptal se Tomáš.

„My totiž nebudeme,“ zapojila se do konverzace Tamara, „od jisté chvíle budeme tak daleko a tak časově posunutí, že zpráva ze Země nemusí dorazit a přímá komunikace bude vyloučena.“

„Cože?“ vytrřestil oči Tomáš, „Však to je na tři měsíce, ne?“

„Našeho času,“ odpověděl Dušan

„Našeho času? A kolik času uplyne tady?“

„To nikdo neví.“

„Aha, tak to mi někdo mohl říct!“ Tomáš dořekl větu a zoufale se začal procházet po lodi. Po chvíli si všiml Matěje, jak zaujatě počítá. Došel k němu a zeptal se: „Co to tam máš?“

„Ale, takové dvě pěkné úložky pro radost.“

„Můžu se taky podívat?“

„Samozřejmě.“

**Úloha 6.** *Ve čtverci o straně 1 je náhodně umístěno 65 bodů. Dokažte, že existuje kruh o poloměru  $\frac{1}{5}$ , ve kterém bude alespoň 5 z nich.*

**Úloha 7.** *Řešte rovnici  $(p_1 + p_2)(p_2 + p_3)(p_1 + p_3) = q^n$ , kde  $p_1, p_2, p_3$  a  $q$  jsou prvočísla a  $n \in \mathbb{N}$ .*

Když oba dva dopočítali příklady, po celé lodi se ozval robotický hlas.

„Dobrý den! Jsem Řídicí inteligentní mysl, zkráceně ŘIM, a jsem vaším průvodcem touto misí. Odlétáme za 10, 9, 8, 7...“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII