

## Zadání třetí série

Termín odevzdání: 30. ledna

„Ale, ale, není-li to Moimero skoro Lasagna,“ usmál se objemný muž usazený za dřevěným stolem, který nezvládl zakrýt celou jeho postavu. Moimero ho poznal, byl to Vittorio Minestrone, proslulý mafiánský boss, vlastník vězení, ve kterém se zrovna Moimero nacházel.

„Co ode mě chcete?“ došla Moimerovi trpělivost.

„Moimoi, správná otázka je, co ty jsi chtěl od nás?“ Mafiánský boss si utrhnul další kus marinovaného kuřete a nacpal si ho do pusy.

Moimero už se nadechoval, když vtom ho Vittorio přerušil. „Neobtěžuj se, vím to. Víím, co jsi zjistil. Já to vím. Jsem prostě úžasný. Viděl jsem vás na videu z policejní stanice!“

Moimero zaklel. Proč jen nedbal Raquellina varování? Proč šel do té části s kamerami?

Vittorio si promnul ruce a pustil se do dalšího kuřecího stehýnka. Radostí si začal rádoby operním hlasem prozpěvovat.

**Úloha 0.** *Vittorio pozměnil text nějaké slavné písně, aby se z ní stala oslavná píseň na jeho osobu. Napište alespoň jednu sloku takové písně a uveďte, jakou slavnou píseň jste použili jako předlohu.*

„Ricardo!“ zavolal Vittorio ven ze dveří. Do místnosti vstoupil vysoký pohledný muž s širokými rameny a silnými pažemi. Moimero ihned věděl, kdo to je. Byl to ten člověk, kterého viděl na videu vloupat se do domu Lasagnových.

„Odveď prosím Moimera zpátky do jeho cely,“ pokynul rukou Vittorio Minestrone. Ricardo chytil Moimera za paži a vyvedl ho z místnosti ven. Krátkou chvíli procházeli honosnou chodbou s mnoha zdobenými koberci a obrazy čtyřnohých mazlíčků rodiny Minestrone. Chodba pokračovala strmými schody dolů. Moimero využil slabé chvíle, rychle trhnul svojí paží a Ricardo se skutálel dolů za schodů. Moimero zvolil opačný směr a rozběhl se nahoru. Po straně ho zaujaly kovové šedé dveře s nápisem *RESTRICTED* a obrázkem pod ním.

**Úloha 1.** Abyste zjistili, jaký obrázek se nacházel na dveřích, vyřešte následující nonogram. Na krajích tabulky jsou čísla, která udávají, jaký počet čtverečků má být ve sloupci nebo řádku vybarvený. Pokud je na okraji tabulky více čísel, musí mezi skupinami vybarvených čtverečků zůstat alespoň jedno políčko prázdné, přičemž skupiny mohou (ale také nemusí) začínat u okraje.

				1							1				
				4							4				
	2	3	4	1	3	3	3	6	3	3	3	1	4	3	2
	2	3	4	1	3	4	4	3	4	4	3	1	4	3	2
2 2															
3 3															
4 5 4															
1 7 1															
9															
2 1 2															
1 1 1															
2 3 2															
3 3															
9															
5															
1 1 1 1 1															
4 4															
3 3															
2 2															

Moimero vyndal ze svých kalhot paklíč, který jako vždy měl v pravé zadní kapse, a kovové dveře si otevřel. Vstoupil dovnitř a zahalila ho tma. Šmátral všude okolo, než našel na zdi vypínač. Když si jeho oči přivykly tlumenému světlu malé lampy, uviděl před sebou devět kulatých vchodů, opatřených zámky a očíslovaných od 0 do 9.

„Ah! Trezory!“ zavýskl si Moimero. Rozhlédl se okolo, jestli se někde nepovaluje nějaký klíč, když si všimnul tabulky na okraji, poskládané z několika čtverečků. Nad ní stálo zářivým písmem *Obsazený trezor*. Tabulka ale vypadala, jako by si s ní hrálo malé dítě, protože chyběly všechny čtverečky až na jeden.

„Zatraceně!“ postěžoval si Moimero, když se podíval na všech deset trezorů a slyšel z chodby, jak

se k němu dobývá Ricardo. Zhodnotil, že by všechny trezory paklíčem otevřít nestihl, a tak se dal do luštění číslice, kterou původně měla tabulka zobrazovat.

**Úloha 2.** Máme tabulku  $5 \times 3$ , na kterou někdo z kostek vyskládal digitální číslice (tak, jak jsou znázorňovány standardně). Jednu konkrétní číslici dotyčný vyskládal a kostky přilepil. Bohužel se však všechny kostky kromě jedné odlepily. Na základě pozice poslední neodlepené kostky Moimero konstatoval, že zde byla vyskládána sudá číslice. Poté spočítal popadané kostičky a tvrdil, že jen z jejich počtu nelze číslici jednoznačně určit. Chvilí umísťoval poslední kostičku střídavě na obě možná místa – nemohl se totiž rozhodnout mezi dvěma možnostmi, až nakonec zariskoval a kostičku umístil na spodnější políčko. Kterou číslici Moimero vyskládal?

„Risk je zisk,“ zarýmoval si Moimero a začal strkat paklíč do dveří s číslem, které právě vyluštil. Dveře se s cvaknutím otevřely. A zkušenému gamblerovi, jako byl Moimero, se odhalil stůl, na kterém ležela láhev s papírem uvnitř. Papír z láhve Moimero osvobodil a rozbalil ho. Před ním se objevil recept na boloňskou omáčku.

„Theresio moje! Brzy budeš moje!“ zajásal Moimero a zastrčil si recept pod tričko a spěšně za sebou zavřel dveře trezoru. Vytáhl z kapsy paklíč a začal předstírat, že se do trezoru teprve snaží vloupat. Vtom vtrhnul do místnosti Ricardo a chytil mu obě ruce.

„Tak! Ty holoto zlodějská! Už mi nikam neutečeš!“ zahřměl Ricardův hluboký hlas. Odvedl Moimera zpátky do jeho cely.

Moimero se ocitl sám na studené podlaze. Rukou nahmatal stočený papír pod svým tričkem a odychnul si. „Teď už se odsud musím jenom dostat,“ pomyslel si a začal přemýšlet nad svými možnostmi.

**Úloha 3.** Máme rovnost  $((a \square 1) \square 2) \square 3) \square 4 = b$ . Místo každého  $\square$  doplníme jedno ze znamének  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  nebo  $:$  tak, aby se znaménka v rovnici neopakovala. Najděte:

- způsob, jak doplnit znaménka, aby když  $a$  bude sudé, bylo sudé  $i$   $b$ , a když  $a$  bude liché, bylo liché  $i$   $b$ ,
- způsob, jak doplnit znaménka, aby když  $a$  bude celé,  $b$  bylo liché,
- způsob, jak doplnit znaménka, aby když  $a$  bude sudé,  $b$  bylo celé, ale když  $a$  bude liché,  $b$  nebylo celé,
- způsob, jak doplnit znaménka, aby když  $a$  bude liché,  $b$  bylo celé, ale když  $a$  bude sudé,  $b$  nebylo celé,
- 3 různé způsoby, jak doplnit znaménka, aby když  $a$  bude celé,  $b$  bylo sudé.

Zároveň vždy zdůvodněte, proč vámi navržený způsob vyhovuje zadání.

Moimera na tváři pošimraly sluneční paprsky.

„Moment! Sluneční paprsky?“ podivil se Moimero a obrátil hlavu vzhůru. Šachta, ve které se nacházela jeho cela, byla poměrně hluboká, přesto ale viděl malé okénko na boční stěně. Přešel na bok cely a ohmatal kostky, ze kterých byla stěna vyskládaná – možná by se po nich dalo vylézt nahoru, uvažoval.

„Já bych to bejt tebou nezkoušel,“ ozval se muž z protější cely, když viděl, co se Moimero chystá provést.

„Promiň, ale kdo se tě ptal?“ odbyl ho Moimero, aniž by mu věnoval byť jen letmý pohled.

„Já myslel, že by tě můj názor mohl zajímat,“ uchechtl se onen muž a to už se na něj Moimero

otočil. Byl to drobný starší pán, sedící v cele na lavičce v padnoucím obleku, s rašícími vousy a kruhy pod očima.

„Pan Martini Lasagna?“ vykulil oči Moimero, když se rozpomněl. Málem ho nepoznal, protože vždy, když ho potkal, byl Theresiin dědeček, slavný to mafiánský boss Martini Lasagna, v uhlazeném obleku, s nagelovanými vlasy a čerstvě oholenou bradou. Navíc, před pár dny byl na jeho pohřbu.

„Co tu...? Vy jste...? Proč...?“ koktal Moimero.

„Sedím tu ve vězení jako ty. Ano, jsem živý a zdravý. A jsem tu kvůli jedné hlouposti. Než se ale začneš ptát na další otázky, slez prosímtě z té stěny, než si něco uděláš. Stejně by ses do toho okna ani nevešel!“

Moimero se zamračil a kleknul si ke světelnému obdélníku, které na zem vyčarovalo slunce. „To byste se divil!“

**Úloha 4.** *Moimero seděl ve vězení a zajímalo ho, jestli se protáhne oknem, které bylo hrozně vysoko. Chtěl změřit jeho rozměry, ale nedosáhl tam. A proto změřil světelný obdélník, který se promítnul na podlahu jeho šachty. Zjistil, že šířka obdélníku (na kterou se promítá šířka okna) je dlouhá 25 jeho palců. Výška obdélníku je 52 palců. Ví, že sluneční paprsky dopadají pod úhlem  $60^\circ$ . Aby se jím protáhl, potřeboval by, aby okno bylo široké alespoň 20 jeho palců a vysoké alespoň 40 jeho palců. Protáhl by se Moimero tímto oknem?*

*(Moimerovy palce nejsou standardizované – nepřevádějte je proto na jiné jednotky. Počítejte s tím, že slunce se nachází natolik daleko, že jeho paprsky jsou rovnoběžné, a okno se nachází na stěně kolmé k podlaze. Hleďte pravoúhlý trojúhelník a v něm buď použijte Pythagorovu větu, nebo goniometrické funkce.)*

„No, ale stejně je to okno hrozně vysoko. Nemělo by to smysl,“ odbyl všechny Moimerovy myšlenky Martini. Moimero se chtěl bránit, ale jeho výhled na Martiniho zakryl mohutný dozorčí. Dlouze se podíval Moimerovi do očí a pak se opřel o mříže jeho cely. Martini věnoval Moimerovi výsměšný pohled a nadále předstíral, že Moimera nezná. Po nějaké chvíli začal dozorčí pravidelně oddychovat. Martini se pokusil počítat jeho nádechy.

**Úloha 5.** *Mějme množinu čísel  $\{x, x+1, x+2, \dots, x+n-1, x+n\}$  takovou, že součet všech jejích prvků je roven rozdílu druhých mocnin největšího a nejmenšího prvku (rozdíl je nezáporné číslo). Co musí splňovat číslo  $n$ , aby bylo  $x$  celočíselné?*

Když si byl jistý, že dozorčí spí, špitnul Martini na Moimera: „Pst, pst!“

„Spí?“ protáhnul se Moimero.

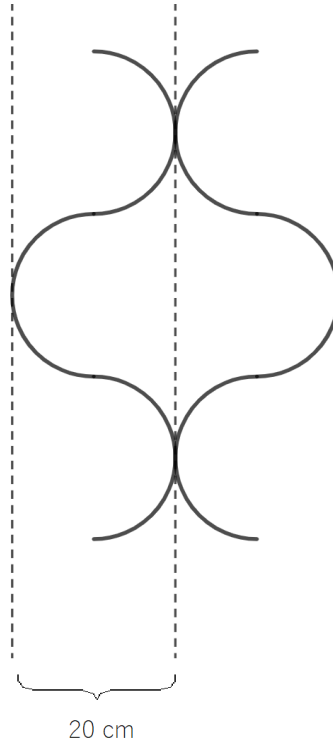
Martini přitakal. „Vidíš ty klíče u pasu toho dozorce?“

Moimero se nahnul a přikývnul.

Martini se zeptal: „A dokázal by ses pro ně natáhnout?“

Moimero si prohlédl kovové mříže.

**Úloha 6.** Ve čtyřech dveřích do cel jsou mříže. Každé z dveří jsou 2 m vysoké a 1 m široké. Celá mříž (v každých ze dveří) se skládá z několika 20 cm širokých pruhů. Každý pruh je tvořen jednou několikrát půlkružnicově zahnutou tyčí – viz obrázek. Půlkružnice mají stejný poloměr a navazují na sebe. Mezi těmito pruhy není žádná mezera a vyplňují celé dveře. Spočítejte, kolik cm železných tyčí bylo potřeba na zhotovení mřížových dveří.



Moimero si vybral vhodné místo a jím prostrčil ruku. Natáhl se, až se ramenem dotýkal mříží, a jeho prsty zahýbaly klíči u opasku dozorcího. Natáhl se ještě kousek a nadzvednul kroužek s klíči, který se vysunul z háčku a s řinčením spadl na zem. Martini se na Moimera našťavaně podíval. Dozorčí se ale pouze poškrábal na nose a pokračoval ve svém šlofíku. Moimero vítězoslavně zvedl klíče ze země a otevřel si dveře. Poté otevřel dveře i Martinimu.

„Tudy!“ zavelel Martini.

„Já bych šel spíš tudy, odtud jsem přišel,“ ukazoval Moimero.

„Nediskutuj a pojď za mnou. Já mám plán!“

„Huh?“

**Úloha 7.** Najděte všechny dvojice reálných čísel  $x$  a  $y$  splňující

$$35x^3 - 21x^2y + 105xy^2 - 7y^3 = 399, \quad (1)$$

$$-11x^3 + 165x^2y - 33xy^2 + 55y^3 = 561. \quad (2)$$

*Nápověda: Zkuste rovnice různě sčítat nebo odčítat a hledejte vzorce typu  $(a + b)^n$*

„Jakej plán?“

„Uvidíš!“

Moimero nedůvěřivě následoval postaršího člena mafiánské rodiny. Martini ho vyvedl po schodech nahoru. Několikrát zahruli do bočních chodbiček nebo se schovávali za rohem před lidmi. Šli už docela

dlouho, cesta byla spleťitá a Moimero začínal pochybovat, jestli Martini vlastně ví, co dělá. Když už se chtěl zeptat, otevřel Martini poslední dveře a do nosu je udeřil zápach městských silnic.

„Obsahuje ten váš plán i deštník?“ poznamenal uštěpačně Moimero, když si všiml hustého deště.

„Obsahuje něco mnohem lepšího!“ zaradoval se Martini a hlasitě zapísknul. Přímo před nimi se objevilo naleštěné černé auto. Dveře se otevřely a Moimero nahlédl dovnitř. Za volantem seděla známá blondatá postava.

„Giovanni?“ podivil se Moimero.

Jediný syn Lucy a Annie Lasagnových si položil ruku na řadící páku. „Jedeme?“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII