

Zadání šesté série

Termín odevzdání: 16. května

„Počkej, takže to znamená, že musíme do Řecka?“ zeptal se Thes.

„Ne tak úplně, Daidalos postavil labyrint krétskému králi v Knóssu, aby v něm uchoval svého nebezpečného nevlastního syna Minotaura, který byl napůl člověk, napůl býk,“ poučoval ho Ikaros.

„No, to já všechno znám. Snažíš se mi ale říct, že se Daidalos schovává ve svém labyrintu v Knóssu?“

„Ano, přesně to se ti snažím říct. A víš, jak se tam dostaneme?“

„Ne, nepoletíme, že ne?“

„Přesně tak, ale vím, jak se ti hnusí, když pilotuji já. Zavoláme si jinou legendu.“

Úloha 0. *Koho by si mohli Ikaros s Thesem zavolat, chtějí-li někoho létajícího, kdo by je dopravil na Krétu? Tato postava již nesmí žít, nebo nikdy ani nežila – může to být třeba postava z pohádky, knihy či filmu. Danou postavu co nejvěrněji nakreslete.*

Zanedlouho přistáli Ikaros s Thesem na ostrově Kréta. Po chvíliče chůze a s pomocí Ikarovy mapy se dostali přímo ke vstupu do labyrintu. Jediné, co široko daleko viděli, byla kamenná zeď labyrintu.

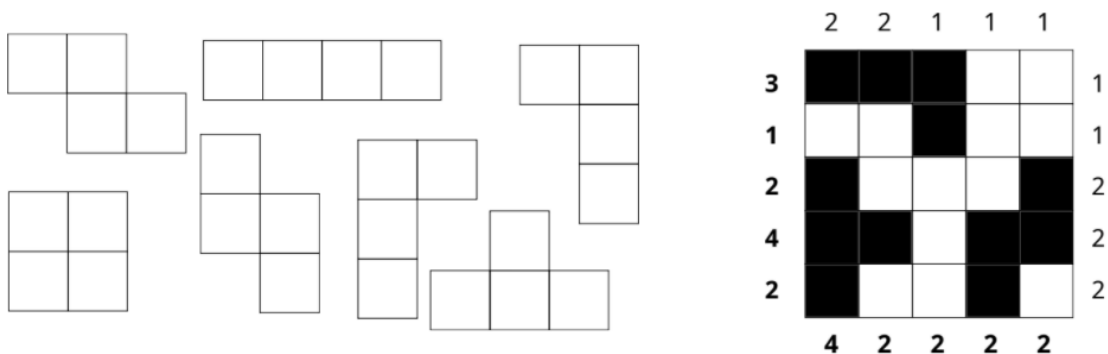
„Páni, ten je obrovský,“ užasl Thes.

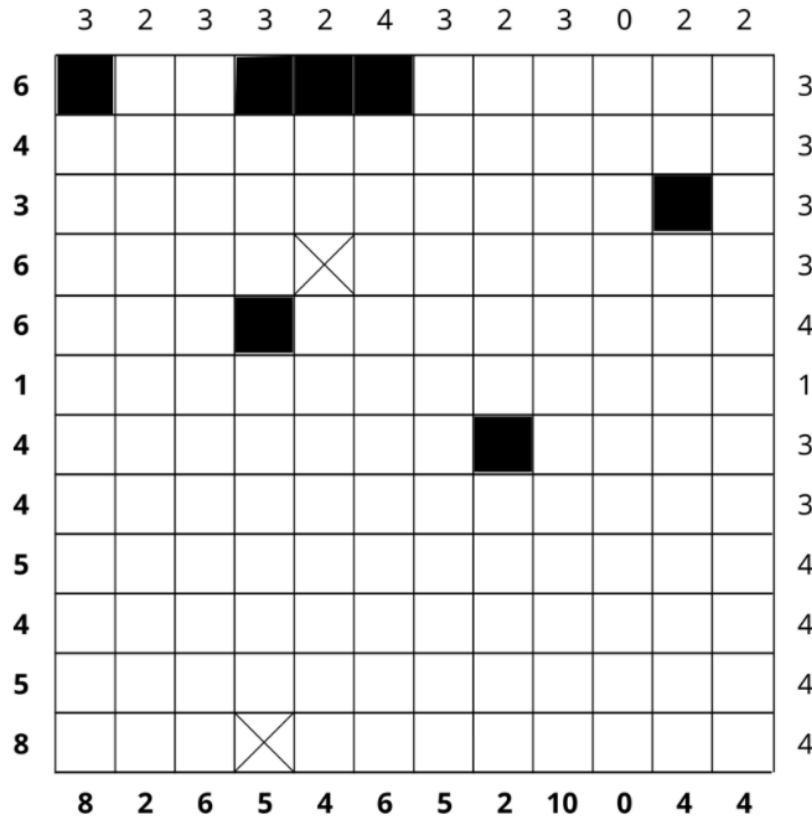
„Já vím.“

„Jak ho v něm najdeme? Je to labyrint! Nikdo se odtamtud nedostal živý.“

Ikaros ho už ale neposlouchal. Přešel ke vstupu do labyrintu a začal ho obhlížet. Přímo nad ním bylo velkým písmem napsáno *Labyrinthos* a pod tím *Poznej sám sebe*. Ikara ale zaujala tabulka vlevo od vchodu. Měla dvanáct řádků a dvanáct sloupců a po obvodu byla napsána čísla. Pod tabulkou visely tři dřevěné dílky, podobné těm, které po cestě posbírali. Byly to dva dílky do tvaru písmene S, a jeden do tvaru písmene Z. Ikaros sundal tabulku ze stěny a z kapsy vyndal váček s dílky. Dílků bylo přesně čtrnáct a do tabulky dokonale zapadaly. Thes si je vzal do ruky a podle čísel je začal do tabulky doplňovat.

Úloha 1. *Do tabulky 12×12 doplňte 7 základních tetromin (viz obrázek), každé dvakrát. Tetromina se nesmí vzájemně dotýkat, ani rohem. Vybarvená pole znázorňují některá z polí, na kterých tetromina leží. Na přeškrtnutých polích se naopak žádná nenachází. Tučně zvýrazněná čísla reprezentují počet jednotlivých polí v daném řádku či sloupci, na kterých se nachází část tetromina. Ostatní čísla určují, kolik různých tetromin zasahuje do daného řádku či sloupce. V tabulce 5×5 je ukázán příklad správného vyplnění pro pouze 3 různé tetromina.*





Tvary se před nimi začaly rýsovat.

„To je mapa bludiště,“ vydechl Ikaros.

„Páni,“ povzdychl si Thes.

„No jo, ale neukazuje, kde by se měl otec nacházet. A ani ta mapa není natočená! Já to prostě s bludišti neumím.“

Jako ozvěna Ikarova zoufalství se poblíž ozval pláč. Na druhém konci seděla krásná dívka, stará asi jako Thes a plakala.

„Asi by ses jí měl zeptat, co se děje, ne?“ pošouchl These Ikaros.

Thes se za ní nesměle vydal. V rukou držela nějaký sešit, který už byl od slz skoro promáčený. Opatrně se vedle ní posadil a prozradil: „Ahoj, já jsem, uh, Theseus.“

„Theseus? Já jsem Ariadna!“ rozjasnila se dívka a vrhla se mu kolem krku.

Thes vykulil oči. *A jéje. Začíná problém*, pomyslel si. Zčervenal a podíval se na Ikara, který si naštěstí velmi pozorně prohlížel cihly ve zdi.

„Proč pláčeš?“ zeptal se Thes, když se Ariadna rozhodla ho pustit.

„Nejde mi vypočítat tenhle domácí úkol. Ta moderní matematika není nic pro mě.“

Úloha 2. Najděte všechny uspořádané dvojice (a, b) nezáporných celých čísel, které vyhovují rovnici

$$a + 2b + ab = 2$$

Thes si od ní domácí úkol vzal a po dvou minutkách naškrabal na papír řešení.

„U Dioových vousů!“ vydechla Ariadna, „ty jsi úžasný!“

„Eh!“ vykoktal Thes.

„Tohle bych bez tebe nedokázala!“

„Jo, díky díky. Ehm. Já už ale bohužel budu muset jít dovnitř,“ zabrebenil Thes a ukázal na labyrint.

„Ale ne! Proč všichni Theseové vždycky musí chodit dovnitř!“

„Já nevím, promiň. Na tohle odpověď nemám.“

„No dobře. Hádám, že je to váš osud,“ pohodila Ariadna dramaticky hlavou, „ten, koho hledáš, se nachází přímo uprostřed bludiště. Můžeš si to ještě rozmyslet, pokud bys ale chtěl jít, pak si s sebou vezmi tohle.“ Dívka vložila Thesovi do rukou klubko. „Až budete na místě, bludiště se zamotá a vy nebudete vědět, jak mapa patří.“

„Pokud ale budeme od začátku nit odmotávat, ven se dostaneme.“

„Och Afrodité, musíš mi posílat tak dokonalé muže!“

Ikaros se culil od ucha k uchu, když se za ním Thes vrátil.

„Co je?“ odsekl červenající se chlapec.

„A takhle šprti balí holky!“

„Ale nech toho. Aspoň vím, kde je Daidalos a jak se pak dostaneme zpátky!“

Thes zavázal Ariadninu nit na háček u vchodu a klubko držel volně v ruce. Společně s Ikarem vstoupili dovnitř.

„Počkej!“ zastavil ho Thes a vytáhl z kapsy GPS. „Jen pro zajímavost,“ pronesl a zapnul ji. GPS jako by se zbláznila. Ukazovala jen samé jedničky a nuly.

Úloha 3. *Tabulka $n \times n$, kde n je liché, je vyplněna nulami a jedničkami tak, že se žádná dvě políčka se stejnými čísly navzájem nedotýkají stranami a v horním levém rohu je umístěna jednička. Na konci každého řádku a každého sloupce je napsán součet všech čísel daného řádku nebo sloupce. Jaký je (v závislosti na n) součet těchto součtů?*

„Myslím, že už tuším, proč ta věštkyň chtěla, aby sis mě vzal s sebou,“ narušil ticho Thes.

„Protože mě umíš uklidnit?“

Thes zakoulel očima. „Ne. Ale protože se jmenuji Theseus. A my Theseové to s bludišti a holkami umíme.“

„Ty se jmenuješ Theseus?“

„Vážně? Po tom všem, co jsme spolu prožili, ti nedošlo, že Thes je zkrácenina pro Theseus?“

„Už tam skoro budem,“ změnil téma Ikaros. A skutečně. Dvojice dvakrát zahrnula doprava a ocitla se přímo uprostřed bludiště, kde stál malinký domeček. Vedle něho byla terasa se stolkem a třemi židlemi. Na jedné z nich seděl Daidalos. Na druhé robot podobný těm z Daidalovy pracovny. Na třetí židli seděl muž, veliký, opálený a svalnatý.

„To je Héfaistos,“ pošeptal Thesovi Ikaros. Oba tam stáli jako zaražení. Daidalos, robot a Héfaistos seděli u jednoho stolu, a hráli hru.

Úloha 4. *Robot, Héfaistos a Daidalos soutěží o to, kdo první vydělá 10 000 drachem. Vydělávat mohou dvěma způsoby:*

1. *(za jednotku času) získají 500 drachem*

2. *(za stejnou jednotku času) vynásobí celý svůj obnos 1,2*

Robot začíná se 4000 a používá pouze 1. způsob, Héfaistos začíná s 1800 a používá pouze 2. způsob. Daidalos začíná pouze s 1000, ale neštíjí se používat 1. ani 2. způsob. Jak má postupovat, aby vydělával co nejrychleji? Může vyhrát?

„Tati!“ vykřikl Ikaros a rozběhl se směrem k terase.

Co to dělá? zhrozil se Thes a běžel Ikara podpořit.

„Synku!“ rozzářil se Daidalos, ale jeho úsměv zase uvadl, když viděl, jak je Ikaros našťvaný.

„Někdo tě pronásleduje? Héfaistos tě unesl? Nebo si tu prostě jenom odpočíváš, zatímco hraješ nějaký hry?“ chrlil ze sebe Ikaros.

„Synku, synku, posad' se u nás,“ vysunul jednu židli Daidalos, „všechno ti vysvětlím!“

Ikaros se rozezleně posadil a čekal. Thes se opřel o zábradlí terasy.

„Měl jsem v poslední době hodně práce,“ začal Daidalos. Héfaistos s robotem se mírně odsunuli a ze slušnosti dělali, že Daidala neposlouchají. Místo toho začali vyřizovat peníze.

Úloha 5. Robot měl celkem deset mincí, kde nejmenší měla hodnotu 1, každá další pak dvakrát větší než předchozí (1, 2, 4, 8, ...). Jakou nejmenší částku nemůže zaplatit tak, že použije každou minci maximálně jednou? Tzn. bude od některé potřebovat alespoň 2 kusy.

„No a vlastně se tady skrývám. Před bohy. Drželi mě jako rukojmího. Chtěli navrhnout ty jejich chrámy, aby se na ně nezapomnělo. No a k tomu jsem jim byl dobrý. Takový stavitel a architekt jako já je pro ně moc cenný. Kdyby o mě přišli, bylo by to pro ně potupné a velmi zlé. Neustále mě kontrolovali a sledovali. Měl jsem toho dost, nenápadně jsem po známých poschovával ty dílky a utekl jsem sem,“ ukázal Daidalos rukama na labyrint, „do svého díla. Je magické, aby se v něm ani bohové nemohli vyznat. A proto mě tady nemohli najít, ani nevěděli, kde jsem.“

V Ikarově tváři bylo vidět zmatení. „A proč jsi všude nechával ty dílky?“

„Abys mě našel.“

Ikaros začal dojetím popotahovat. Thes nechtěl úplně odposlouchávat, a tak se začal soustředit na matematický příklad.

Úloha 6. Mějme výraz:

$$\sqrt{4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + \dots + 4n} = x$$

Určete všechna přirozená čísla n , pro která je x též přirozené číslo. Náповěda: Jaká posloupnost je pod odmocninou a jak se počítá součet jejích prvních n členů?

„A co on? Co tady dělá on?“ ukázal Ikaros prstem na boha ohně a kovářství.

„Héfaistos? Vlastně to byl jeho nápad, utéct pryč. Ani jeho už božské šarády nebaví.“

„A to jsi mi prostě nemohl říct, kam jdeš a co děláš?“

„Bylo mi jasné, že bys tu se mnou zůstat nechtěl. Bohové by tě tedy mohli najít a vytáhnout z tebe, kde jsem.“

„Jak by tě to napadlo? Ovšem, že tu s tebou rád zůstanu!“

I Thes, přestože se snažil neposlouchat, byl dojatý.

Ikaros se otočil k Thesovi a poklepal na Ariadnino klubíčko. „Já tu zůstanu s otcem, na mě je venku moc rušno. Děkuji ti za pomoc, Thesi. Bez tebe bych to nezvládl. Ty máš ale svůj život a měl bys ho žít.“

Thes pokývl. „Bylo to s tebou super. Někdy se můžeš stavit.“ Přestože se snažil zachovat vážnou tvář, po tváři mu stékala slza. Vrhel se okřídlenému Ikarovi kolem krku. „Budeš mi chybět,“ zašeptal.

„Ty mně taky,“ zajíkal se Ikaros.

Daidalos ještě přicupital k mladému Thesovi. „Děkuji ti za pomoc mému synovi. Jsi výjimečný mladý muž. A proto bych ti rád předal tohle.“ Do ruky mu vtiskl malou dřevěnou krabičku.

„Co je to?“ divil se Thes.

„Však ty to víš,“ pousmál se Daidalos.

Byl to kryptex. Ikaros se k němu kulišácky naklonil. „Kódem je číslo, které má právě 8 různých sudých dělitelů a zároveň právě 8 prvočísel v rozkladu na součin prvočísel.“

Úloha 7. *Nalezněte všechna čísla, která mají právě 8 různých sudých dělitelů a zároveň právě 8 (ne nutně různých) prvočísel v rozkladu na součin prvočinitelů.*

Thes se se všemi ještě naposledy pořádně rozloučil. V tu chvíli, když řekl své poslední sbohem, se celý labyrint zatřásl a vchody již nebyly tam, kde byly předtím. Thes se podíval na Ariadnino klubko a pomalu ho začal navíjet zpět, než se ocitnul zase u východu z labyrintu.

Když už byl Thes doma, otevřel si kryptex od Daidala. V něm byl další hlavolam. Thes se pousmál. *To je ale kujón jeden*, pomyslel si. Oblékl se do svého pyžama se Scooby Doo a uvařil si horkou čokoládu. Jeho prázdniny tímhle končily a on si hodlal užít každou minutu, co byl ještě doma. Sotva, co usedl na gauč, zjevilo se v jeho obývacím pokoji dvanáct postav. Dvanáct olympských bohů.

„Kde je Daidalos, smrtelníku?“ zahřměl bez okolků Zeus.

Thes si povšiml Héfaišta, který se mezi všemi bohy schovával. Héfaištos na něj lišácky mrkl. Thes se pousmál a usrkl své horké čokolády.

„Tam, kde ho nikdy nenajdete.“