

Zadání čtvrté série

Termín odevzdání: 14. února

Thales se k nim choval přátelsky. Byl to člověk milý a neustále usměvavý, člověk podle Thesova gusta. Nabídl se, že je vezme na místo, kde s Daidalem často trávili čas. Thes s Ikarom naznali, že by to mohlo být pro jejich pátrání prospěšné, a souhlasili. Pythagoras byl také pozvaný, bohužel měl prý něco velmi neodkladného a s přáteli se rozloučil.

Před tím, než ale odešli z olympijského stadionu, zašli si Ikaros s Thesem na záchodky, kde chtěli otevřít krabičku od Daidala, kterou jim předal Pythagoras. Po chvíli zkoušení na ně i z této krabičky vypadly dřevěné dílky – dva dlouhé, složené ze čtyř čtverečků poskládaných za sebou a jeden opět rozdělený na čtyři čtverečky, tentokrát ale ve tvaru písmene L.

Před stadionem se setkali s Thaletem, který jim prozradil, že mají namířeno do casina. „Jak to? Já myslel, že chytrí lidé se gamblingu vyhýbají, nebo ne?“ zeptal se neomaleně Thes. Thales se ušklíbl. „Máš pravdu. Chytrí lidé se casinům obvykle vyhýbají, protože znají své šance na výhru. Ale geniální lidé chodí do speciálních druhů casin, kde procenta počítat mohou, či dokonce mohou hledat i svou výherní strategii.“

Úloha 0. *Nastudujte si, co to je výherní strategie. Stručně pak popište nějakou hru, u které znáte výherní strategii a popište i ji.*

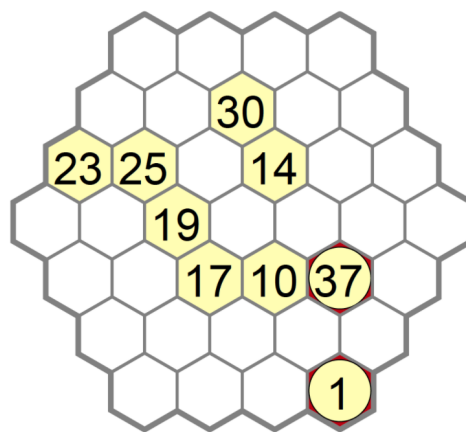
Protože kasino bylo od olympijského stadionu trochu dál a Ikaros nebyl schopný unést zároveň These i Thaleta, museli zvolit Thesův druhý nejneoblíbenější způsob přepravy, tzv. KVDěčko. Vzápětí Thes pochopil, že to znamená „Kentauří veřejnou dopravu“. Thales přivolal tři kentaury a podstrčil jim jako platidlo řecké drachmy. Ikaros s Thesem nasedli na bílého a hnědého kentaura a ti se vydali kupředu.

Zanedlouho se ocitli před řeckou budovou lemovanou vepředu sloupořadím. Nadšení seskočili ze svého dopravního prostředku a vydali se dovnitř. Místnost byla obrovská. Po stěnách visely louče osvěcující do ruda laděné tapiserie. V místnosti stálo nespočet stolů, u kterých sedělo ještě větší množství lidí. Pod nimi byl černo-žlutý šestiúhelníkový koberec, jenž zaujal Ikarovu pozornost.

„Mám pocit, jako bych už něco takového viděl.“

Thales se zasmál: „To je možné. Je to klasické bludiště, kterým musíš podle určitých pravidel projít.“

Úloha 1. *Doplňte obrázek tak, aby se v něm nacházela všechna čísla od 1 do 37 (žádné se nesmí opakovat) a po sobě jdoucí čísla spolu sousedila stranou. Hádanka je známá jako Hidotu a více jich můžete najít např. na stránce <https://www.hidato.com>.*



„Počkejte tu na mě, půjdu si jenom vyzvednout věci ze svého trezoru,“ kývl na ně Thales.

Thes se zamračil. „Ty máš svůj trezor v casinu?“

„No jasně, byli jsme tu s Daidalem stálí hosté. On taky jeden má!“

Ikaros s Thesem se na sebe podívali. „A můžeme se jít podívat?“ požádal Ikaros.

Byla to menší místnost, do které měl každý přístup.

„Jak to ale může být trezor, když se do něj může každý dostat?“ zeptal se Thes.

„Ty peníze a žetony se skladují v těchhle malých krabičkách,“ ukázal Thales, „do těch ale není zase tak jednoduché se dostat. Jsou zamčené jedenáctimístným kódem, který nezná nikdo jiný než sám majitel.“

„A která krabička je otcova?“ zeptal se nenápadně Ikaros.

„Tahleta,“ zasmál se Thales, „prý je jeho kód dělitelný 11, jestli byste to chtěli zkusit otevřít. Pořád vám ale zbývá...“

„asi 8 181 818 182 možností, jo, my víme,“ povzdychl Thes.

Thales se otočil, aby si vybral peníze ze svého trezoru. Ikaros se nenápadně k Thesovi nahnul a pošeptal mu, že ten kód musí mít ciferný součet 11.

Thes se zamyslel. „Tak to počet možností významně snižuje. Tak to systematicky zkusíme a třeba to bude fungovat. Za pokus nic nedáme.“

Ikaros namačkal na trezoru nejmenší vyhovující číslo a trezor se se cvaknutím otevřel.

Úloha 2. Najděte nejmenší 11-ciferné přirozené číslo dělitelné 11 s ciferným součtem 11.

Thes se udiveně na Ikara podíval. Ten už ale spěšně sbíral z trezoru tři malé dřevěné kostičky. Jedna byla shodná s dílkem, který našli v krabičce od Pythagora – s tím ve tvaru písmene L. Zbylé dvě byly téměř shodné s tímto prvním dílkem, akorát naopak otočené. Thes ještě sáhl do trezoru a strčil si do kapsy nějaké hrací žetony a potichoučku trezor zase zaklapl.

Ikaros se na něj obořil: „Co to děláš?“

„Ne nadarmo se říká, bez peněz do casina nelez!“

Ikaros to pokývnutím hlavy odsouhlasil a odebrali se i s Thalem zpět do hlavního sálu. Thales naznačil, že by si nejprve měli najít něco na pití. Poprosili barmana o tři dietní koły a porozhlíželi se po okolí. These zaujal rozhovor dvou mužů, kteří se hádali o tom, kdo z nich si zde vydělal více peněz. Protože si ale všimli, že je Thes poslouchá, začali se místo konkrétních částek bavit v poměrech.

Úloha 3. V pondělí si Fermat s Eulerem vydělali peníze v poměru 2:3 (Fermat:Euler), v úterý v poměru 1:3. Jaký je celkový poměr peněz, kteří si matematici vydělali dohromady za oba dva dny, pokud poměr vydělaných peněz v pondělí a úterý je 5:4?

„Tak co, Thesi? Zahrajeme si?“ zeptal se Ikaros.

Thes se zamračil. „Nevím, jestli je správné, abych začal s hazardními hrami takto brzo.“

„Jsi pod dozorem, a navíc mám v tebe důvěru, že si dobře spočítáš, které hry mají smysl a které ne.“

Thes se chvíli zamyslel a ukázal na stůl, u kterého sedělo šest lidí. „Tuhle hru chci zkusit. Víš, jakým způsobem je ta hra dělaná a jak ji vyhrát.“

Úloha 4. Hráč má dvě šestistranné kostky. V každém tahu hodí těmito dvěma kostkami a sečte čísla na nich. Ke každému součtu je přiřazena právě jedna karta A až F, tu si hráč v tahu vezme. Některé součty pak padají častěji než jiné. Přiřaďte ke každému součtu právě jednu z karet A až F (některé karty budou u více čísel) tak, aby hráč měl po 144 hodech nejpravděpodobněji u sebe 8x kartu A, 12x kartu B, 20x kartu C, 28x kartu D, 36x kartu E, 40x kartu F.

Příklad: Pokud bychom měli dvě kostky pouze s dvěma stěnami s čísly 1 a 2, pak bychom číslo 2 mohli hodit právě jedním způsobem a to, když na obou kostkách bude 1, číslo 3 můžeme hodit dvěma způsoby: na první kostce 1 a na druhé 2 a obráceně (rozdělujeme, která kostka je která), číslo 4 můžeme hodit opět jedním způsobem, a to když na obou kostkách bude 2. Tudíž když k 2 přiřadíme kartu A, k 3 kartu B a k 4 kartu C, pak po 144 hodech budeme mít nejpravděpodobněji 36 karet A, 72 karet B a 36 karet C.

Thes zahrál hru desetkrát a pokaždé své protivníky oškubal. Když už chtěl vsadit po jedenácté, Ikaros zpozorněl a odvedl ho zpět k baru, ze strachu, že by These hra mohla strhnout. Thales je s úsměvem přivítal: „Tak jak to šlo?“

„Myslím, že tady mladej vyhrál slušnou částku peněz.“

„Ty jo, ten je dobrej!“ usmál se Thales a v dlani si prohlížel hrací žetony.

Slečna u baru na něj mrkla a skryla svoji tvář za vějířem a Thales se jí nesměle uklonil. Muž opodál si toho všiml a posměšně na Thaleta zavola: „Thalete z Miletu! Mohl bych vidět tvoji kružnici?“

„Jako bys ji vůbec poznal, kdybys ji viděl!“ odvětil mu Thes, bránící svého přítele.

„Tvoji kružnici?“ obrátil se na Thaleta Ikaros.

„Thaletovu kružnici, chlape!“ vyděsil se Thes.

Thales s klidem, jako by to dělal už po sté, vytáhl papír a načrtl Ikarovi princip Thaletovy kružnice.

„Hm, hm a k čemu mi to je?“ zamračil se Ikaros.

„K ČEMU MI TO JE?!“ omdlel málem Thes.

„No třeba v geometrických úlohách,“ odpověděl Thales, „jako tady, koukej.“

Úloha 5. *Strana AB trojúhelníku ABC je průměr kružnice k , strana BC je průměr kružnice l . Kružnice k a l se protínají ve dvou bodech, v bodě B a v bodě, který označíme F . Dokažte, že F leží na přímce AC a že je patou výšky ke straně AC . Nápověda: nastudujte si, co je Thaletova kružnice*

„No, stále mi to přijde trochu zbytečné, bez urážky, ale...“ řekl Ikaros.

„Víte co, radši si půjdeme něco zahrát!“ navrhl Thes. Než kdokoliv stačil cokoli říct, přiblížil se k nim muž s dlouhými kadeřavými vlasy, oděn do barokního hábitu. Úlisně se usmál: „Pane Thesi, jmenuji se Blaise Pascal, jsem majitelem tohoto casina. Rád bych vám nabídl hru bližší vaší úrovni.“

Thes se na své společníky podíval. Začínal věřit, že nic, co se děje v tomto světě, není náhoda. Pokývl hlavou na majitele casina a následoval ho po skrytých točitých schodech do vrchního patra.

„Páni! Nevěděl jsem, že má tohle casino více pater!“ užasl Thales.

„Toto patro je exkluzivní, je jen pro návštěvníky, které by naše běžné hry mohly nudit.“

„Nebo spíš pro ty, kteří by mohli vaše běžné návštěvníky obrát o všechno,“ poznamenal jízlivě Thes.

„Když to podáte takhle,“ usmál se Pascal.

Horní patro vypadalo ještě víc luxusně než spodní. Celé bylo laděno do bíla a do zlata. Stěny byly z bílých mramorových dlaždiček a na každé dlaždičce byla zlatým písmem napsána závorka.

Úloha 6. *Představme si následující nekonečný součin závorek:*

$$(1 + qx)(1 + (q^2)x)(1 + (q^3)x)(1 + (q^4)x)\dots = 1 + qx + q^2x + q^3x + \dots$$

Vysvětlete, proč koeficient u $(q^m) \cdot (x^n)$ udává, kolikrát umíme číslo m napsat jako součet n po dvou různých přirozených čísel. Koeficient značí číslo před tímto součinem, například v našem součinu je koeficient u qx roven 1, ale například u čísla $(12q^2) \cdot (x^3)$ je koeficient 12.

„Co je ta skvělá hra mé úrovně?“ zeptal se Thes, který by nejradši obíral hráče dole.

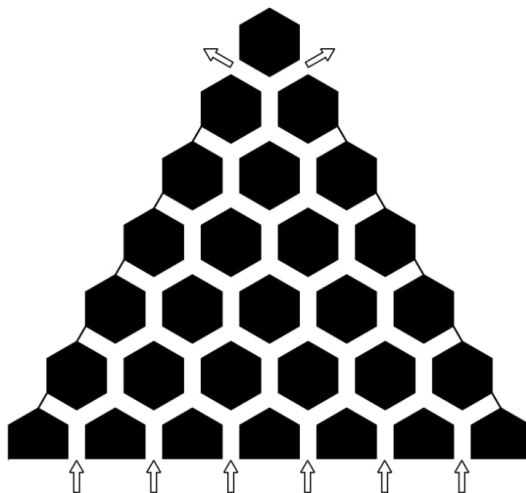
„Vymyslel jsem ji sám,“ pyšnil se Pascal.

„Uuuuh, na to pozor,“ šeptal Thales, „Pascal je králem pravděpodobnosti a kombinatoriky.“

„Neboj se, vím, co dělám,“ odvětil Thes.

Pascal ho dovedl k velikému trojúhelníku z šestiúhelníků a ušklíbl se. „Hleďte, mé veledílo!“

Úloha 7.



1. Kolik existuje různých nejkratších cest při možném vstupu do bludiště a výstupu z něj dle šipek na obrázku?
2. Kolik by takových cest bylo, kdyby měl útvar ještě dalších 8 řad šestiúhelníků?

Nápověda: Nastudujte si Pascalův trojúhelník.

Thes se na chvíli zamyslel a pak vytáhl z kapsy papír a tužku. Chvilku počítal a pak udivenému Pascalovi sdělil své výpočty a strategii. Zkoprnělý majitel casina přitáhl pozornost ostatních hráčů ve vyšším patře. Mezi všemi lidmi byl ale jeden jediný, který nechtěl mluvit s Thesem, nýbrž s Ikarosem.

„Pane Ikarosi!“

„Oh, chlapče, pátý pád je Ikare!“

„Promiňte pane,“ zarděl se chlapec, „měl jsem vás najít!“

Ikaros se zamračil: „A kdo mě hledá, chlapče?“

„Přítel vašeho otce prosím. Archimédes.“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII