

## Zadání druhé série

Termín odevzdání: 29. listopadu

Sókratés bydlel skutečně blízko. Ikaros po Thesově nesouhlasu ani nenavrhl, že by letěli, a tak celou cestu šli pěšky. Naštěstí bylo ještě před svítáním, venku tedy nebyl nikdo, kdo by si mohl povšimnout dvou lidí zabalených v prostěradle. Ikaros chlapci poskytl i řecké vázané sandály, které byly překvapivě pohodlné. Zanedlouho se oba ocitli před Sokratovými dveřmi.

**Úloha 0.** *Přede dveřmi ležela rohožka. Na ní byl filozofický citát. Vymyslete nějaký poučný citát, který by si Sókratés nechal napsat na rohožku. Počítejte ale s tím, že by si Sókratés nedal před dveře nějaký citát, u kterého by se dalo na internetu najít, že ho vyřkl Sókratés (tzn. nesmíte použít již existující citát).*

Ikaros se na rohožku šibalsky zašklebil a rytmicky zaťukal na dveře tajný kód. Napjatě stáli přede dveřmi, než se konečně otevřely a z nich vyšel postarší pán, také oblečen v tóze.

*Kdyby nás někdo viděl, bude si myslet, že jsme se pomátli. Anebo že jdeme na maškarní bál,* pomyslel si Thes.

„Ikare! Synku! Já se bál, že ani tebe už nevidím!“ rozzářil se Sókratés a objal Ikara.

„Taky tě rád vidím!“

Sókratés pohlédl na These: „A kdo je tohle? Tvůj syn? Vedeš nám ho do školy?“

„Ne,“ zasmál se Ikaros, „to je Thes, pomáhá mi hledat.“ V tu chvíli se Sokratův obličej zachmuřil. „Tak on to vážně udělal?“

„Vy o tom snad něco víte?“ zeptal se drze Thes.

Sókratés přehlédl otázku a neupřímně se na ně usmál. „Co jsem to ale za hostitele? Pojděte, udělám vám šálek čaje.“

Ikaros s Thesem se na sebe podívali. Něco tady nehrálo. Následovali ale starého filozofa dovnitř. Na chodbě objevili zajímavou tapiserii. Ikaros se u ní zastavil.

„Co se děje?“ zeptal se Thes.

„Nevím, je mi nějaká povědomá.“

**Úloha 1.** *Vybarvěte některá políčka v tabulce tak, aby čísla vždy označovala počet sousedících vybarvených políček ve skupinách v jednotlivých řádcích a sloupcích. Mezi jednotlivými skupinkami vybarvených políček je vždy alespoň jedno nevybarvené.*

						2		1		
	1	6	2	2	5	1	2	1	6	2
	5	2	1	1	4	1	1	1	1	1
1 2 1										
3 4 1										
4 1 1										
1 3 3										
1 1 1										
2 3										
1 1 1										
1 1 1 3										
2 1 1										
2 3 3										

„Tu mi daroval můj přítel, Daidalos,“ prozradil Sókratés, který se za nimi vrátil zpět. „Můžeme pokračovat?“

Chodba se na konci otevřela do velké jídelny s několika velkými stoly po osmi židlích. Prosklenými dveřmi se byl člověk schopen dostat na zahradu. Zvenku se domeček zdál malý, klamal ale, pozemek, který mu patřil, byl obrovský. Na zahradě pobíhaly děti mladší než Thes.

Ikaros na jednoho z nich ukázal: „Koukej, to je Aristoteles.“

Thes nezaujatě pokývl hlavou. Ven za dětmi přišel další muž, podle vzhledu Thes odhadoval, že by to mohl být Konfucius, který tam údajně se Sokratem bydlel. Konfucius se snažil rozvést děti rozdělit do dvou skupin, aby demonstroval nějakou myšlenku.

**Úloha 2.** *Konfucius se snaží rozdělit devět dětí s celočíselnými věky 6–14 let. Každé dvě děti mají různý věk. Chce je rozdělit do dvou skupinek tak, aby součin součtu věků všech dětí v první skupince a součtu věků všech dětí v druhé skupince byl roven 2021. Kolika způsoby to může udělat?*

„Proč je tu tolik dětí?“

„Vedeme tu s Konfuciem takový diskusní kroužek, dalo by se říct školu, ale v dnešní době nesmíš ve škole o ničem debatovat,“ odpověděl Sókratés, který jim mezitím na podtáčku donesl čaje ve zdobených porcelánových šálkách. „Konfucius mě naučil jisté čajové umění, ale jako učeň stále nejsem tak dobrý jako mistr.“

Sókratés stáhnul ruce do kapsy své tógy. *To má kapsy?* užasl Thes a hned se je pokoušel najít, ukázalo se ale, že jeho tóga je pouze prostěradlo. Sókratés se pousmál a vytáhl z kapsy kostku.

„Zahrajeme si hru, kterou jsme s tvým otcem měli rádi.“

**Úloha 3.** *Ikaros, Thes a Sókratés hrají hru o šesti kolech. Hází kostkou a předtím tipují, co padne. Všechna čísla kromě čísla 6 padla během hry na kostce alespoň jednou. Ikaros tipoval postupně čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 a trefil se pouze v 1. kole. Thes tipnul v 1. kole 6 a potom tipoval to, co padlo na kostce v předchozím kole. Trefil se pouze v 5. kole. Sókratés tipoval pořád to stejné číslo a trefil se pouze ve 3. kole. Ve 3. kole tipnuli Ikaros a Thes stejné číslo. V 5. kole tipnuli Ikaros a Sókratés různá čísla. Zjistěte, co padlo na kostce v každém kole a jaké číslo tipoval Sókratés.*

Hra Ikarovi nepřípadala moc zábavná. „Vždyť je o náhodě...?“

„To jsem si myslel taky,“ přitakal Sókratés, „ale Daidalos v tom hledal něco víc. Zajímalo mě, jak jste na tom vy.“

Ikaros začínal být netrpělivý. „Když jsme u Daidala, netušíte, kde by mohl být?“

Sókratés se poškrabal ve vousích. Rozhlédl se okolo sebe a odešel.

„Co to má být?“ podivil se Thes.

„Netuším, normálně takový nebývá,“ řekl Ikaros.

Oba usrkli čaje. Čaj byl velice silný a aromatický. Zrovna, když o něm chtěl Thes něco poznamenat, vrátil se do místnosti Sókratés. Mlčky předal Ikarovi dřevěnou tubu s otočnými hlavicemi.

„Kdes to vzal?“ obrátil se Ikaros na Sokrata.

„To mi tu nechal tvůj otec pro tebe. Kdyby se mu něco stalo, že ti to mám předat.“

Thes si vzal tubu do ruky. „Co to je?“

„Kryptex.“

„Jo, jasně,“ odvětil Thes sarkasticky.

„Je to dřevěná schránka, která se dá otevřít speciálním kódem. Vevnitř může být něco schované,“ vysvětlil Ikaros. „No, nic. Kód nemáme, ale máme toho ještě spoustu na zařízení. Tak díky ti za pohoštění a my půjdeme.“

Thes s Ikarem se spěšně sbalili a ponechali podivného filozofa svému osudu. Když ušli jeden blok, dostal Thes odvalu se zeptat: „Co se děje? Ty víš, co je vevnitř?“

„Nevím, co je vevnitř, ale nechci, aby to věděl i Sókratés. Děsil mě.“

„Stejně se ale nedostaneme dovnitř.“

„To není tak úplně pravda.“

„Jak to?“

„Kód je čtyřciferný, a navíc jeho ciferný součin je dělitelný každým z jednociferných přirozených čísel. Takže si dáme na čas a vyzkoušíme všechny možnosti.“

„Těch ale nebude zas tak moc.“

**Úloha 4.** *Kryptex se otevírá čtyřmístným kódem z číslic od 1 do 9 tak, že jeho ciferný součin je dělitelný každým z jednociferných přirozených čísel. Kolik takových kódů existuje?*

Thes s Ikarom si sedli na lavičku v parku. Systematicky zkoušeli jeden kód po druhém, než krabíčka hlasitě cvakla. Ani nedutali. Ikaros krabíčkou zaštěřchal a po nahnutí mu do dlaně vypadly dvě malé dřevěné čtvercové kostičky. Každý dílek byl ještě rozdělen na čtyři menší čtverce.

Oba dva koukali na částičky v Ikarově ruce. Thes byl první, kdo prolomil ticho: „Víš, co to je?“

„Vůbec ne,“ povzdychl si Ikaros a složil hlavu do dlaní.

Thes koukal na toho muže s křídly. *Musím ho přivést na jiné myšlenky*, pomyslel si.

„Vysvětlíš mi, jak ten kryptex vlastně funguje?“

Ikarovy oči byly nepřítomné, přesto se ale nadechl a pokusil se o výklad: „Máš dva dřevěné kotouče, tady a tady,“ ukázal na bok kryptexu, „a mezitím máš několik n-úhelníkových kotoučů. Záleží, z čeho se kód skládá. Náš je devítiúhelníkový, protože potřebuješ doplnit devět číslic. Časté bývají ještě šestadvacetiúhelníkové.“

„K čemu?“

„Abys tam mohl dát abecedu. Tím se ale mnohem hůř otáčí, protože ty kotouče jsou větší než kotouče s menším počtem variant.“

**Úloha 5.** *Mějme pravidelný  $n$ -úhelník vepsaný do kružnice, kde  $n = 2^i$  ( $i$  je přirozené číslo větší nebo rovno dvěma). Dokažte, že pro větší  $n$  bude mít  $n$ -úhelník i větší obsah.*

Thes ho bedlivě poslouchal. Snažil se najít cokoli, co by vysvětlovalo, proč Daidalos předal svému synovi zrovna kryptex a v něm dva nicotné čtverečky. Ikaros vypadal, že přešel na jiné myšlenky a do svého vyprávění se plně zabral.

„... no a tenhle mechanismus, když správně nastavíš, udělá cvak a krabíčka se otevře.“

„Jak tohle všechno víš?“ užasl Thes.

„Vychovával mě Daidalos, takovýchhle hraček jsme měli plný dům. Jednou na Vánoce, to si vzpomínám. Dal mně vánoční světýlka. Měl jsem z nich ohromnou radost, protože jako Řek jsem Vánoce nikdy předtím neslavil. Pověsil jsem je na stromeček a chtěl je zapnout. Tatínek si ale pohrál s přepínači a dal mi jich k tomu sto.“

**Úloha 6.** *Ikaros měl 100 žárovek a k nim sto přepínačů. Když zmáčkl první přepínač, tak změnil stav (z vypnuté na zapnutou či naopak) každé žárovky. Když zmáčkl druhý přepínač, tak změnil stav každé druhé žárovky (2., 4., 6., ...). Když zmáčkl třetí přepínač, tak změnil stav každé třetí žárovky (3., 6., 9., ...), atd. Na začátku byly všechny žárovky zhasnuté. Kolik z nich by bylo rozsvíceno po zmáčknutí všech sto přepínačů?*

„Vlastně to byl jeden z nejlepších vánočních dárků, strávil jsem s tím hodiny mačkáním různých kombinací. Ale jestli otce najdeme, tak mu to neříkej.“

Thes se zasmál. „Proč jsi mě vůbec vzal s sebou? Vždyť se ani neznáme.“

„Bohové mě pověřili úkolem ho najít. No a pátral jsem bez úspěchu, tak jsem si zašel za věštkyní.“

„Na třínohé stoličce?“

„Na třínohé stoličce. A ta mi řekla, že jenom ty ho můžeš najít.“

„To je zvláštní.“

„Že jo?“

„No ta věštkyně taky, ale teď myslím tohle! Podívej!“ zakřičel Thes a vytrhl Ikarovi kryptex z ruky. Pootočil ho na bok, aby Ikaros viděl vyrytý obrazec. Do velkého trojúhelníku se skládaly dva menší pravouhlé trojúhelníky.

**Úloha 7.** *V trojúhelníku  $ABC$  je  $D$  pata výšky na stranu  $c$ . Tato výška dělí obsah trojúhelníka v poměru  $3:1$  (platí  $AD < DB$ ). Středy stran  $a, b$  jsou popořadě  $E, F$ . Průsečík  $EF$  a  $CD$  označme  $G$ . Trojúhelník  $FGC$  má obsah  $5 \text{ cm}^2$ . Jaký je obsah trojúhelníku  $ABC$ ?*

„Hmmm,“ poznamenal Ikaros.

„Víš, co ty pravouhlé trojúhelníky znamenají?“

„Bohužel asi jo. Víím, za kým povede naše další cesta.“

„Za kým?“

„Za Pythagorem.“

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII