

## Zadání Čtvrté Série

Termín odevzdání: 24. února

V minulé sérii jste četli: Václavek objevil nějakou random liánu a Bagr objevil nový smysl života. Nic moc víc se nestalo krom toho, že se to všechno Carlosovi pravděpodobně zdálo, páč se probudil ve své kanceláři, když na něho řval naštvanej šéf.

Carlos měl před sebou zrovna novou sérii a dopsal shrnutí příběhu minulé série.

**Úloha 0.** *Vymysli, co by Carlos tak mohl dát za úkol do nulté úlohy.*

Zatím mu práce odsýpala poměrně rychle, nyní se však dostal k již předem vymyšleným úlohám, které musel do příběhu nějak zakomponovat. Zadával se na první úlohu a pomyslel si: „Tak tahle bude oříšek. Ale já se s tím vždycky nakonec nějak chytře poperu.“ Úloha vypadala následovně:

**Úloha 1.** *Doplňte do následující tabulky čísla 1-4 tak, aby v každém sloupci i řádce bylo každé číslo právě jednou a zároveň aby platilo, že čísla na okrajích tabulky byla čísla nejbližší kraji v daném sloupci/řádce.*

	1	2	3	4	4	3	
1							4
1							3
2							1
3							4
4							2
4							2
	4	4	2	1	3	2	

Carlos věděl, že ho čeká ještě spousta práce. Nasadil si proto sluchátka a pustil si živé album Keys To Ascension od kapely Yes. Všichni si myslí, že je Carlos metalista, ale ve skrytu duše nejvíce miluje právě takový progresivní rock, jaký můžeme slyšet třeba ve dvacetiminutové písni „That, That Is“ nebo „Close To The Edge“. Je to fakt pecka. Carlos chtěl mít vždycky kapelu. Pohlédl na svou bicí soupravu, kterou měl v kanceláři, ale nesměl na ni hrát. Vrátil se radši zpátky k úlohám. Nějaká čísla, hm. Jak tohle má člověk dát do souvislosti s jakýmkoliv dějem? Stejně ten příběh nikdo nečte. Všiml by si vůbec někdo, že je tam úloha jen náhodně vložená?

**Úloha 2.** Nalezněte všechna přirozená čísla  $a, b$  splňující:

$$a + b = p^2$$

$$ab = 2p^2,$$

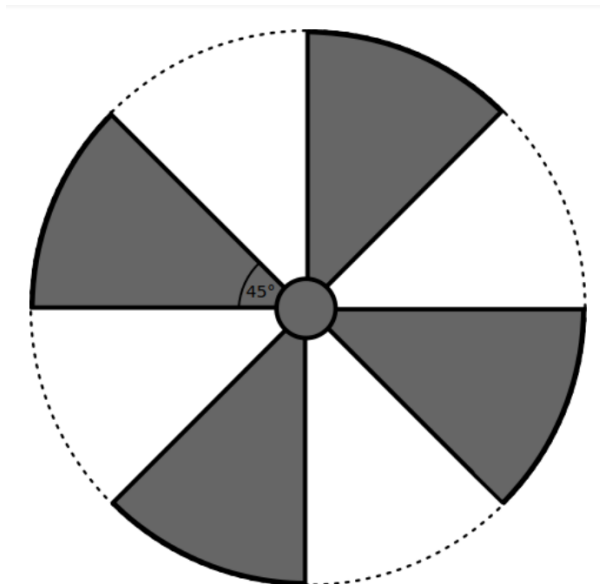
kde  $p$  je prvočíslo.

„Teď už bych se ale měl seriózně zamyslet nad dějem. Přece to nemůže být tak strašně náhodné,“ pokáral se Carlos. „Ale vždycky, když se snažím vymyslet nějaké zajímavé scénáře, někdo v nich umírá nebo nedávají smysl,“ odpověděl si vzápětí. „Stejně je to nedocenená a osamocená práce. . .“ povzdechl si a mrkl na další úlohu. V tom se ale zarazil, protože si všiml, že na stole má zvláštní šachovnici stejnou jako v zadání a na ní pouze dvě figurky. Ty se však najednou začaly hýbat.

**Úloha 3.** Na čtverečkovaném poli  $10 \times 10$  stojí v obou dolních rozích figurky. Mohou se pohybovat rovně do všech osmi směrů, ale jen přesně o dvě políčka. Jestliže se po jednom tahu střídají, mohou se někdy potkat?

Carlos ani neměl sílu se vyděsit. Prostě tam tak stál a přemýšlel, co je tohle za život. Nekonečná práce, psychedelická hudba, hýbající se figurky, mluvící psi, mluvící větve, vraždící mimozemšťani, další psychedelická hudba a spousta nedojezených chlebů se salámem; opravdu hodně psychedelické hudby. . . „Jaký mluvící větve?“ otočil se na větev v rohu své kanceláře. Neodpověděla mu. Na protest se tedy rozhodl pronásledovat figurky, které mezitím skočily ze stolu a zmizely v klimatizaci ve zdi.

**Úloha 4.** Větrák má 4 stejné lopatky (viz obrázek) tvořící kruhové výseče s úhlem  $45^\circ$ . Mezi nimi jsou 4 stejně velké mezery. Větrák se otáčí rychlostí 13 otáček za sekundu. Carlos je šikovný a dokáže do něj strčit ruku právě na jednu setinu sekundy. Jaká je pravděpodobnost, že se nezraní, když takto učiní v náhodnou chvíli?



„Au!“ zaúpěl Carlos a už do klimatizace ruku nestrkal. „Tohle je fakt neuvěřitelné,“ zaprotestoval Carlos a sáhl po své krásné rudé baskytaře. I když na ni nejráději hrál prsty, přišlo mu teď méně bolestivé sáhnout po trsátku. Bylo černé a ve tvaru trojúhelníku. Mělo na sobě hezký červený šestiúhelník.

**Úloha 5.** *Jaký je obsah největšího pravidelného šestiúhelníku, který můžeme vepsat rovnostrannému trojúhelníku o straně 6?*

Z nějakého důvodu mu ale nějak neladila a po delším zkoumání zjistil, že má podladěnou strunu E na D a po ruce nemá žádnou ladičku. „Tos byl ty, žejo?“ podíval se Carlos na svého psa pod stolem. Ten mu samosebou neodpověděl, je přeci pes. To si uvědomil i Carlos a podívil se sám nad sebou. „Jak jsem si mohl myslet, že mi odpoví?“ říkal si mezitím, co přemýšlel, že by mohl v roce 2020 zajít konečně k psychiatrovi.

**Úloha 6.** *Určete nejmenší  $x$  takové, pro které platí, že 2020 dělí počet dělitelů  $2020^x$ .*

Carlos našel na stole lísteček s číslem na dobrého psychiatra, kterého mu kdosi doporučil. Zaboha si nemohl vzpomenout kdo. Moc dlouho si s tím ale hlavu nelámá a na číslo zavolal. „Dobrý den, dovolali jste se do ordinace Pana Orea. Vybral byste si pět bramboráků, nebo tři žehličky?“ ozvalo se z druhé strany. „Eeeh, asi tři žehličky?“ nechápavě odvětil Carlos. Mezitím, co se ve sluchátku ozývalo „Prosím nezavěšujte. První pravidlo - nepanikařit. Prosím, nezavěšujte...“ začaly na Carlose opět přicházet mráčky. Kolem hlavy se mu točily všemožné dvou i třídídimenzionální tvary.

**Úloha 7.** *Ukažte, že součin obvodu a obsahu libovolného trojúhelníku je menší než  $3/2$  objemu krychle s délkou hrany rovnou délce libovolné strany trojúhelníku.*

Za pár vteřin už stál Carlos opět na kruhové mýtině v lese, zcela při vědomí. „Nebudeš věřit, co jsem zjistil!“ volal z dálky Václavek. „To asi nebudu,“ zašeptal zoufale Carlos a sedl si radši na zem, kdyby omdlel. „Normálně, ta liána se živí myšlenkami a vytváří místo nich falešné vzpomínky a prožitky! Ještě že žádné myšlenky nemám. A vůbec, co se tu válíš? Pojď mi s ní pomoci.“ „Ale... Já chtěl mít kapelu!“ zaúpěl Carlos a neochotně se vydal za Václavkem...

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII