

Zadání Druhé Série

Termín odevzdání: 14. 11. 2016

Zatím co asistent Martin ležel v nemocnici a vzpamatovával se z toho, že vytvořil robota, který mu jednu vrazil a potom utekl, profesor Perikulus a zbylí dva asistenti museli najít způsob, jak SARU najít dřív, než něco provede. Profesor, Ondřej a Kateřina seděli v autě, ve kterém bylo v úplném tichu slyšet jen profesorovo skřípání zuby. Kateřina už dusno v autě nezvládala, tak se pokusila uvolnit atmosféru vtipem:

Úloha 0. *Vtip, který Kateřina řekla, byl o komárech a zároveň to byl jeden z nejhorších vtipů, který kdy kdo slyšel. Vymyslete trapný vtip, který Kateřina v autě řekla.*

Ondřej se ze slušnosti zasmál, ale profesor Perikulus mlčel dál. „Takže, kde začneme hledat?“ zeptala se Kateřina nervózně.

„To je právě ten problém,“ odpověděl profesor konečně. „SARA ví moc dobře, kde všude ji budeme hledat. Je zhruba desetkrát chytřejší než my tři dohromady.“

„Takže jaký je plán?“

Profesor místo odpovědi zastavil auto před obchodním domem a spolu s asistenty vešel do omšele vypadajícího elektra.

„Myslím, že mi do ucha vletěl komár,“ řekl postarší prodavače.

„Skutečně? A kdy se vám to stalo?“ zeptala se bez mrknutí.

„Jmenoval se Jarmila,“ odpověděl profesor a jeho dva asistenti teď byli skoro přesvědčení, že zešílel. K jejich překvapení však žena přikývla a zavedla je do tmavší části obchodu.

„Co potřebuješ, profesore?“ zeptala se, jakoby asistenti byli vzduch.

„Detektor umělé inteligence,“ řekl on jí.

Úloha 1. *Žena v elektru vyslovila částku, kterou za zařízení chtěla. Nejenže byla poměrně vysoká, ale také číslo, které ji vyjadřovalo, bylo součinem tří různých prvočísel, která zároveň (k jeho údivu) byla většinou profesorem tří synovců. Čtyřmístné číslo bylo také palindromem (číslem, které se čte odzadu stejně jako zepředu). Ciferný součet čísla je 2. Jakou částku prodavačka požadovala?*

Profesor zaplatil za zařízení, které vypadalo trochu jako telefon, na nějž někdo nalepil asi pět dalších displejů, tisíc drátů a několik ozubených koleček. Profesor si se zařízením v rukou sedl na chodník a svěsil hlavu.

„Omlouvám se, jestli působím nervózně,“ vysvětloval. „Jde jen o to, že vím, co všechno SARA dokáže. Tím, že už není v laboratoři, se může rozhodnout a udělat... cokoli.“

„To je v pořádku, profesore,“ uklidňoval ho Ondřej. „Celou noc jsme nespali, pojďme se naobědvat a potom můžeme začít hledat.“ Profesor přikývl.

Úloha 2. Ondřej pozval profesora a asistentku Kateřinu na oběd. Profesor i Kateřina si dali pizzu. Ondřej se rozhodoval, jestli si má dát zeleninovou tortillu nebo pouze polévku. Nakonec si dal polévku, protože si spočítal, že kdyby si dal o 23 korun dražší tortillu, utratil by za ni i za 2 pizzy všechny peníze, co u sebe měl. Důležité také je, že cena zeleninové tortilly a dvou pizz je v poměru 1:3. Zároveň je také cena dvou pizz čtyřnásobkem ceny Ondřejovy polévky. Kolik korun stojí jednotlivé zmíněné pokrmy, kolik korun stál celý oběd a kolik korun měl Ondřej u sebe?

Profesor s asistenty, teď už s krapet lepší náladou, vyšli z restaurace. Měli zařízení, které umělo detekovat umělou inteligenci, ale město bylo přece jenom moc rozsáhlé. Museli přijít na způsob, jak zjistit, ve které z čtvrtí mají hledat. Profesorovi pípnul telefon.

„JEDTE NA POLICII A ZKUSTE ZJISTIT, PROC BYLY VCERA NOCI V PULCE MESTA VYPNUTE KAMERY. – M,“ stálo ve zprávě.

„Vypadá to, že Martinovi je líp,“ oddechla si Kateřina.

„A hlavně máme stopu!“ vydechl profesor a šlápl na plyn od auta. Za několik minut byli na policejní stanici. Když se zeptali, co se včera večer dělo, nakrčil vedoucí stanice čelo, protože dnes měli dost problému i tak. Zjistilo se totiž, že v bezpečnostním sektoru panuje naprostý chaos.

Úloha 3. Město Komárno, kde profesor žije, má šest městských částí (Albatros, Bažantinum, Čáпов, Datlice, Emuov a Fantomium). Kamery zůstaly zapnuté jen Datlicích a Fantomiu (k jedné z nich viník neměl oprávnění a druhou nestihl), jinak je viník vypnul všude. Mezi podezřelými je šest pracovníků bezpečnostního střediska (Barbora, Klára, Jaromíra, Daniel, Zdeněk a Jirka). Každý z nich se k situaci vyjádřil. Zjistěte, kdo vypnul kamery (je jen jeden viník), jestliže všechny ženy mluví pravdu a právě dva muži lžou. Navíc každému z pracovníků je odepřen přístup k právě jedné městské části (nemohli zde vypnout kamery) a dvěma pracovníkům nemůže být odepřena stejná čtvrtě.

- Barbora: Jaromíra nemá přístup k Datlicím.
- Klára: Barbora i Jaromíra mají přístup k Fantomiu.
- Jaromíra: Žádnému z mužů není odepřen přístup k částem, které končí na -ov.
- Daniel: Všichni mužští pracovníci jsou nevinní.
- Zdeněk: Barbora nemá přístup k Albatrosu.
- Jirka: Já nemám přístup k Emuovu a Daniel k Čáповu.

„Omlouvám se, SARA mi slíbila, že mi zařídí povýšení,“ přiznal se viník, hned jak na něj profesor ukázal prstem.

„Kam se SARA ukryla?“

„To nevím, ale je to někde v Emuově.“

Profesor popadl Ondřeje a Kateřinu a tryskem vyběhli z policejní centrály. Naskočili do auta a rozjeli se do části města, která se jmenovala Emuov.

Profesorovo zbrusu nové zařízení začalo pítat jako o život a na různých displejích se rozsvěcela různá čísla a kontrolky. Blížili se k místu, kde se SARA ukrývala. Vypadalo to, že se jedná o opuštěný tovární areál na kraji Emuova a že se SARA ukryla do vyliďněné hlavní budovy přímo uprostřed.

Úloha 4. *Kolem hlavní budovy vede cesta, která má při pohledu shora tvar pravidelného šestiúhelníku. Strany cesty blíže k budově mají 30 metrů, vzdálenější 40 metrů. Jaký je obsah této cesty? Zaokrouhlete na dvě desetinná místa.*

Zrovna začalo pršet, když profesor s asistenty vystoupili z auta a běželi k hlavnímu vchodu. Dveře ani nebyly vyložené, prostě v nich byla díra ve tvaru SAŘINA těla. Nerozbila je, ale prostě jimi prošla.

Uvnitř budovy byla tma a hrobové ticho. Tam, kde kdysi sedávala recepční, zbyla jen rozpadající se navlhlá židle a místo moderních výtahů zely ve zdi po jejich pravici jen velké černé díry. Detektor umělé inteligence šlel tak moc, že ho profesor musel vypnout.

„Nelíbí se mi tu,“ pípala Kateřina.

„A právě proto si SARA tohle místo vybrala,“ vysvětlil profesor. „Zkusím alespoň zapnout světla.“

Profesor našel pojistky budovy. Aby je však mohl zapnout, musel nedříve zjistit kolik proudu může přeměřovat do jakých okruhů, podle rovností napsaných nad pojistkami.

Úloha 5. *Najděte všechna nezáporná reálná čísla a, b, c, d, e , pro která platí následující rovnosti:*

- $a + b + c + d + e = 73$
- $a + b + c = 35$
- $c + d + e = 50$
- $b + d = 61$

Pojistky znepokojivě zajiskřily, ale hned potom se s rachotem rozzářila všechna neonová světla v recepci. Teď už to tu nevypadalo děsivě. Jen zoufale.

„Co je tohle?“ Kateřina ukázala na lísteček položený na recepčním stole. Byl bílý, jakoby ho sem někdo položil před chvílí a na něm byla perem napsána matematická úloha.

Úloha 6. *Dokažte, že číslo $(n^2 - 1)(n^2 - 2n)$ je dělitelné čtyřmi pro každé celé n .*

Profesor samozřejmě úlohu v hlavě vyřešil za necelé tři sekundy, ale pořád mu přišlo podivné, kde se tu vzala. Nemyslel si, že by ji napsala SARA, a navíc mu byl příklad podezřele povědomý.

Z vrchních pater budovy se ozvala kovová rána. „Co to bylo?“ zašeptal Ondřej.

„Doufejme, že SARA,“ ušklíbl se profesor a všichni tři se rozeběhli po schodech nahoru.

Když vyběhli do posledního patra, zarazilo je, že v omšelém koberci na podlaze byly vyryté dvě dlouhé, rovnoběžné čáry. Tyhle čáry vedly od schodů za roh až ke dveřím, zpoza kterých se ozývaly lidské hlasy. Profesor, Ondřej a Kateřina se k nim opatrně připlížili a profesor naznačil, že napočítá do tří. Jedna. Dva.

„Tři!“ vykřikl profesor a rozrazil dveře do místnosti. Vítězný úsměv mu ztuhl na tváři. Nejenže v místnosti nebyl žádný člověk ani robot, ale dokonce ani probíhající rozhovor, linoucí se ze zapnutého počítače neustával. Bylo jasné, že tu SARA byla, ale teď je z nějakého důvodu pryč.

Když se profesor podíval na počítač, zjistil, že tam probíhá jakýsi videohovor, do kterého však SARA přispívala pouze psanými zprávami. Jednalo se o hackerskou skupinu, ke které se SARA očividně přidala, a vypadalo to, že si zrovna rozdělují zisk. Velmi, velmi vysoký zisk.

Úloha 7. *Pět racionálně uvažujících internetových pirátů (z nichž jeden je v tuhle chvíli profesor) si rozdělují zisk, který činí 100 milionů. Označme je A, B, C, D, E, přičemž platí, že A je mladší než B, ten je mladší než C, ten je mladší než D a E je nejstarší. Piráti rozdělují kořist podle následujícího schématu: Nejstarší pirát (byla to SARA a nyní je to profesor, který se za ni vydává) navrhne rozdělení (v milionech) a poté všichni (včetně něj) hlasují o tom, jestli takovéto rozdělení chtějí nebo ne. Pokud je výsledek nerozhodný nebo je většina pro, tak se poklad rozdělí tak, jak navrhuje nejstarší pirát. Pokud bude většina proti, tak bude nejstarší pirát odpojen z videohovoru a nový nejstarší pirát navrhne nové rozdělení podle stejného schématu. Piráti mají následující preference (čím nižší číslo odrážky tím větší to má pro ně důležitost):*

- 1. Chtějí zůstat připojeni (to znamená, že raději navrhne sám sobě 0 peněz, než aby si navrhl víc a měl by být odpojen).*
- 2. Chtějí maximalizovat svůj zisk.*
- 3. Pokud by bylo jiné rozdělení, při kterém by dostali stejně peněz a odpojili by od sítě více pirátů, tak si vyberou to.*

Jakým způsobem E rozdělí poklad?

„Vypadá to, že se SARA docela činila,“ prohodil Ondřej, když nevěřičně zkoumal částku, která jí byla připsána.

„Snad neprovedla nic strašného,“ odpověděla na to Kateřina.

Profesor přemýšlel a díval se při tom z okna na deštivé město. „Pravděpodobně jen prodala nějaké vládní tajemství nebo kódy k jaderným zbraním, to nás teď nemusí zajímat. Důležitější otázkou je, kde je teď.“

„Kdo ví, kam utekla,“ povzdechl si Ondřej. „A kdo ví, jestli utekla,“ zaskřípal profesor zuby.

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII