

# Zadání Třetí Série

Termín odevzdání: 25. ledna

„Vítejte v roce 1905,“ ozval se z nedalekého křoví známý robotický hlas. Ozvala se kovová rána, když asistent vypadl ze dveří a běžel se vyzvracet opodál. Na zemi ležely stránky vytržené z laboratorního deníku.

Nebo alespoň to, co z nich zbylo.

**Úloha 0.** *Profesorovi proběhlo hlavou 27 ošklivých nadávek, které však (samozřejmě) neobsahovaly žádná sprostá slova. Napište jich alespoň 10.*

Rozčilený profesor přistál svému asistentovi na krku a pořádně ho bodnul, i když mu to připadalo naprosto nechutné a nehumánní. Asistent se ohnal rukou, ale profesor mu přistál přímo na nose, aby se mu zpříma podíval do očí. Asistentovi došlo, co se stalo a vyděšeně odklopýtal zpátky do stroje, kterým přiletěl, s profesorem stále na nose. Znovu napřáhnul ruku, aby profesora zaplácl.

„To by stačilo,“ řekl si profesor a odemkl konzoli telepatického přístupu (nepostradatelná součást každého stroje času, umožňující cestovateli ovládnání stoje času i v případě, že by se proměnil v medvěda, nebo hůř, nějaký hmyz).

**Úloha 1.** *Kód k této konzoli jsou čtyři po sobě jdoucí čísla, na které musí profesor pomyslet. Součin prvního, třetího a čtvrtého je roven o devět zmenšenému součinu čtvrtého a druhé mocniny druhého čísla. Jaká čtyři čísla to jsou?*

Profesor myšlenkami zapnul hlasový převaděč, aby mohl s asistentem mluvit lidskou řečí.

## Úloha 2.

*Profesor: „Pamatuješ, kdy jsme se potkali poprvé?“*

*Asistent: „Někdy v 80. letech, ne?“*

*Profesor: „Přesně! Pamatuju si, že poslední cifra toho roku byla stejná jako poslední cifra tvého tehdejšího věku!“*

*Asistent: „To je pravda. Teď mi došlo, že můj tehdejší věk byl roven desetinásobku první cifry tvého nynějšího a můj současný věk už je roven šestnáctinásobku tohoto čísla!“*

*Profesor: „Hah!“*

*Asistent: „Čemu se smějete?“*

*Profesor: „Už vím, ve kterém roce ses narodil!“*

*Současný věk odpovídá věku v roce 2015. Ve kterém roce se narodil profesor a ve kterém jeho asistent?*

„K čemu je vám ale rok mého narození?“ divil se jeho asistent.

„Způsobíme maličký paradox,“ řekl profesor jednoduše a odpojil se od rozhraní.

„Nechcete doufám zabránit tomu, abych se narodil, že ne?“

Místo odpovědi slyšel jen vzdálený bzukot maličkových křídel. Profesor zadal stroji času destinaci a ten teď sebou házel, jak se s plnou rychlostí řítí směrem k roku asistentova narození.

„Tohle se nesmí stát,“ zašeptal on a rozběhl se pro manuál.

**Úloha 3.** *V manuálu je napsaný čtyřciferný kód pro zastavení časového přesunu. Poslední cifra je 4. Profesor však naschvál číslo přepsal tak, že první a čtvrtá cifra byla stejná, druhá ale byla největší společný dělitel druhé a čtvrté cifry původního, 3 byla o pět menší než u čísla, které bylo v manuálu původně. Nové číslo je o 650 menší než původní. Kolik možností původního kódu existuje?*

„Příliš mnoho. Příliš mnoho možností!“, šeptal si pro sebe k smrti vyděšený asistent. Došel k závěru, že profesor se v komářím těle zbláznil, protože nejen že se ho chystal zabít, ale ještě navíc takovýmto paradoxem ohrožoval i celý zbytek vesmíru.

Posledním způsobem, jakým se teď mohl zachránit, by bylo řídit stroj času manuálně, ale to by vyžadovalo sérii na atom přesných geometrických výpočtů, na které teď rozhodně neměl ...

„Blížíte se ke své cílové stanici,“ oznámil robotický hlas.

„K čertu!“ zaklel asistent a rychle vytáhl papír a propisku, aby naplánoval a vypočítal správnou odchylku od trasy.

**Úloha 4.** *Asistent má před sebou lichoběžník TIME, kde strany TI a ME jsou na sebe rovnoběžné. Nechť S je střed strany TI. Dokažte, že pokud je úhlopříčka TM osou úhlu EMS, je trojúhelník TIM pravoúhlý.*

„Zahajuji přistávací sekvenci,“ poznamenal nezaujatě robotický hlas. Asistentovi zbýval ještě jeden výpočet:

**Úloha 5.** *Mějme rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB. Nechť V je střed kružnice vepsané tomuto trojúhelníku s poloměrem 3cm a T jeho těžiště. Kružnice vepsaná se dotýká stran AB a BC popořadě v bodech P a Q. Víme, že úhel CTQ je pravoúhlý a  $|CV| = 5\text{cm}$ . Jaký je obsah trojúhelníka TVQ?*

S těmito informacemi asistent rychle přiskočil ke kormidlu (které má samozřejmě každý stroj času) a pootočil ho přesně o tolik, aby stroj času stočil svoji cestu zpátky k roku 2015.

Stroj času se zakuckal a trhl sebou tak prudce, že asistent skončil na zemi i s polovinou páček a obrazovek.

„Co když jsem udělal chybu?“, pomyslel si.

**Úloha 6.** *Asistent ve svých výpočtech počítal s tím, že součin jakýchkoli dvou přirozených čísel je roven součinu jejich nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele. Není si však z hlavy jistý, jestli je toto tvrzení skutečně pravdivé. Dokažte, že se nemýlil a tvrzení je pravdivé.*

Stroj najednou utichl a zastavil se. Neozval se už ani jeden zvuk a robotická slečna si tentokrát nechala poznámku pro sebe. Poslední obrazovka, která nebyla rozbitá, nebo převržená už jen slabě problikávala.

Asistent, který se při přistání udeřil do hlavy o židli pro pilota, se se skučením postavil na obě nohy a snažil se z obrazovky vyčíst alespoň něco užitečného. Každý pixel, který představoval určité místo v časoprostoru, byl teď obarvený buď červenou, nebo modrou barvou.

„Pokud jsem zpátky v roce 2015, musí být někde na obrazovce trojúhelník, který má všechny tři vrcholy obarvené stejnou barvou. Musí být pravoúhlý a rovnoramenný.“

**Úloha 7.** Každý bod v rovině je obarven buď červenou, nebo modrou barvou. Dokažte, že v této rovině můžeme najít rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník se všemi vrcholy stejné barvy.

Když asistent trojúhelník na mapě našel, viděl už docela přesně jejich cestu, která končila zpátky v bodě, odkud vyletěli.

Robotická slečna se náhle probírala a svým stále stejně nezaujatým hlasem prohlásila: „Vítejte v roce 2015.“

Asistent si konečně oddechl. Byl si teď s profesorem kvit, po tom, co on se ho snažil proměnit v komára, zatímco profesor chtěl zrušit jeho existenci.

„Profesore?“, zvolal do prázdna, očekáváje alespoň zabzučení v odpověď.

Ticho.

Ozvalo se digitální zabzučení, když se robotická slečna opět rozhodla sdílet s posádkou nějakou informaci. „Upozornění.“

„Ano?“, zeptal se asistent, když dál nepokračovala.

Robotická slečna se odmlčela, ale potom přece jen zase promluvila: „Počet ztrát na životech: jedna.“

Asistentovi se udělalo mdlo a znova se mu podlomila kolena. Ne, takhle to přece nikdy nemělo skončit.

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII