

# Zadání První Série

Termín odevzdání: 2. listopadu

Podivný příběh profesora Perikula začal v den, který se zdál být jako každý jiný. Probudil se a chvíli jen zíral na suk v dřevěném stropě, snaže se rozpomenout na to, co se mu zdálo. Marně. Nakonec vstal a sešel do spodního patra uvařit si kávu. Tahle podivná hnědá substance ho posledních několik týdnů držela při životě. Zhluboka se nadechl a podíval se na svou ruku, kde byla rychle načrtnutá rovnice ze včerejší noci. Profesor si odfrkl, vstal a vydal se do laboratoře.

**Úloha 0.** V laboratoři na něj mimo pět jeho asistentů čekalo nespočet podivných přístrojů. Nakreslete ten nejpodivuhodnější a popište, k čemu slouží.

„Dobré ráno, pánové,“ oslovil profesor své asistenty a sedl si k počítači. „Jste připraveni provést test č. 29 na králíkovi?“ Asistenti pokývali hlavami a napjatě sledovali králíka položeného na testovacím stole, na kterého byl namířený laser. Zanedlouho se z něj měl stát komár. Profesor zmáčkl tlačítko, ale rameno s laserem se náhle prudce otočilo přímo na něj. „To snad?“ stihl ještě říct, než místnost zalilo mléčné světlo.

**Úloha 1.** Na této konspiraci se museli podílet právě dva z jeho pěti asistentů, kteří se teď začali sami obhajovat. Jeden musel přenastavit laser, druhý se nabourat do počítače. Každý, kdo nikoho neobviňuje, mluví pravdu, ale minimálně jedno obvinění je pravdivé. Navíc, pokud Kačka přenastavila laser, byl určitě Martin její komplic, a jestli se Barbora nabourala do počítače, spolupracoval s ní Tom. Martin říká: Nepřenastavil jsem laser. Kačka říká: Tom přenastavil laser a Ondra se naboural do počítače. Barbora říká: Kačka přenastavila laser. Tom říká: Nenaboural jsem se do počítače. Ondra říká: Tom přenastavil laser. Který asistent přenastavil laser a který se naboural do počítače?

Profesor Perikulus, který už dobře věděl, kdo ho zradil, se snažil rozkoukat. Celé tělo mu připadalo neuvěřitelně lehké a on si velmi brzo uvědomil, že létá. „Ti zrádci! Ty dvě podlé krysy!“ běželo profesorovi hlavou, když létal po laboratoři a snažil se zvyknout si na svůj nový oční aparát. Doletěl až k tabuli, kde Martin včera něco dokazoval Tomovi, ale profesor to teď zaboha nebyl schopný přčíst. Snažil se na důkaz rozpomenout alespoň z hlavy.

**Úloha 2.** Zkuste stejně jako včera Martin dokázat, že pro jakákoli dvě přirozená čísla platí, že jejich součet, rozdíl nebo součin je dělitelný třemi.

Když si profesor vzpomněl, co má být na tabuli napsáno, najednou se rozkoukal a spatřil své dva zrádné asistenty se sítkami, zatímco zbylí tři nechápavě zírali. „To určitě,“ pomyslel si a rozletěl se ke dveřím. „Kletě!“ Dveře byly neprodyšně uzavřené a on nemohl aktivovat senzor otisků prstů. Rychle přeletěl k nouzovému panelu, který měl dveře odemknout pomocí speciálního kódu.

**Úloha 3.** Profesor si pamatoval, že kód je reprezentován číslem  $n$ , které je součinem dvou ne nutně různých prvočísel. Pokud obě tato prvočísla zvýší o 1, výsledný součin bude o 5 větší než  $n$ . Jaký je nouzový kód pro odemčení dveří?

Profesor se plnou rychlostí rozletěl proti klávesnici, aby byl schopný stisknout správné tlačítko. Při nárazu se mu ale zatočila jeho malá komáří hlava a udělaly se mu mžítka před očima. Poslední věc co zahlédl, než ztratil vědomí, byla sítko, která najednou obehkala celý svět. Profesor omdlel.

„Dobré ráno, profesore,“ poznamenal jeden ze dvou asistentů, kteří celý experiment sabotovali. Profesor rozčileně zabzučel, protože byl zavřený v malé skleněné krabičce. Vedle něj stála maličká počítačová konzole, přizpůsobená k ovládání sosákem.<sup>1</sup> „Nejdříve musíme otestovat, jestli přežily všechny vaše mozkové buňky,“ zakřenil se asistent a na maličké obrazovce vedle profesora se objevila první úloha:

**Úloha 4.** Mějme trojúhelník  $ABC$ , který má obsah  $24 \text{ cm}^2$ . Vyznačme v něm střední příčku  $KL$ , kde  $K$  je střed strany  $AB$  a  $L$  střed strany  $BC$ . Střední příčkou jsme rozdělili trojúhelník na čtyřúhelník a trojúhelník. Průsečík úhlopříček tohoto čtyřúhelníku označme jako  $M$ . Určete obsah trojúhelníka  $KLM$ .

„Já ti dám mozkové buňky!“ pomyslel si profesor a nastavil v počítači správný výsledek. Asistent si však mezi tím odešel uvařit kávu, na které byl taky jako správný vědec závislý a laboratoř zůstala prázdná. Profesor si vzpomněl, že v hlavním počítačovém obvodu by měly operovat dva programy s umělou inteligencí, které by ho mohly pustit ven. Jeden z nich byl nastavený na lhaní, druhý na pravdomluvnost. Profesor věděl, že programy mají přístup k autodestrukčnímu souboru a k souboru, který mu pomůže otevřít krabici. Bohužel nevěděl, který z nich je který.

**Úloha 5.** Profesor musí vybrat správný soubor ze dvou, u kterých si není jistý, který je který, stejně jako neví, který program mu řekne pravdu a který lež. Pouze programy ví, který soubor je který. Profesor se může zeptat pouze jednoho programu na jednu otázku a poté se musí rozhodnout, který soubor použije. Špatný program odpovídá vždy lživě, správný program zase vždy pravdivě. Jak musí profesor otázku formulovat, aby mohl následně vybrat správný soubor?

Profesor si oddechl, když byl zrádný program konečně ukončen a on pomocí hodného programu otevřel dálkově ovládané víčko krabíčky. Protáhl si křídla a rozhodl se opustit laboratoř, tentokrát však větrací šachtou. Těsně před ní si ale najednou vzpomněl, že šachty obchází hlídací robotická krysa. Naposledy se připojil k počítači a přidal jí k pochůzce několik kritérií.

**Úloha 6.** Krysa za hodinu normálně vykoná 100 obchůzek a při každé z nich musí projít 5 bodů. V základním nastavení chodí z bodu  $A$  do bodu  $B$ , pak do  $C$ , pak do  $D$ , pak  $E$  a nakonec se vrátí zase do  $A$ . Profesor přidal tato kritéria: Pokud je číslo obchůzky dělitelné 7-mi, tak z bodu  $A$  zamíří do  $C$  a z něj do  $B$ , čímž ujde navíc polovinu obchůzky. Ale protože z  $B$  už nemusí znova do  $C$ , tak si zase šestinu obchůzky zkrátí. Pokud je číslo obchůzky dělitelné 17-ti, tak vynechává body  $B$  a  $D$ , čímž si trasu o čtvrtinu zkrátí. Pokud číslo obchůzky dává po vydělení 10-ti zbytek 8, tak musí jít normálně bez ohledu na předchozí podmínky. Jak dlouho bude takovýchto 100 obchůzek kryse trvat?

Profesor rychlostí blesku proletěl větracími šachtami až do svého obýváku, aniž by cestou jedinkrát potkal hlídací robotickou krysu. V obýváku seděli oba zrádci se svou kávou a hráli jakousi hru. Jeden z nich však neustále vyhrával. Profesor se snažil přijít na to, proč.

**Úloha 7.** Asistent-A s Asistentem-B hrají hru. Na kulatý stůl s dírou velikosti jedné mince uprostřed dávají střídavě mince, přičemž Asistent-A začíná. Prohrává ten, kdo nemůže žádnou minci umístit. Určete, kdo má vyhrávající strategii, a popište ji.

Profesor byl sám se sebou spokojený, protože byl očividně v komářím těle stejný génius jako v tom lidském. Nenápadně přeletěl ke stolu a schoval se pod něj. Nevěděl přesně, co má v plánu, ale... Profesor si všiml, že pod stolem leží tři lahvičky. S hrůzou v očích si uvědomil, co v nich bylo zavřeno. Byli to všichni tři jeho asistenti, kteří se na konspiraci nepodíleli. Pečlivě umístění do lahviček popsaných jmény vrhali na profesora zoufalé pohledy. Musel jim pomalu docházet vzduch.

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII