



3.ročník  
2014/2015

3. série

## Rád/a si hraješ s matematikou? Rád/a zkoumáš nové myšlenky a postupy?

Pak právě pro tebe jsou tu Korespondenční-Matematické Rébusy, zbrusunový korespondenční matematický seminář pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Seminář je organizován studenty Gymnázia Brno, tř. Kpt. Jaroše 14, pod záštitou Ústavu matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty Masarykovy Univerzity.

### **Ahoj milovníci matematiky,**

doufáme, že jste si užili Vánoce, zdárně ukončili první pololetí a budete mít teď plno času na třetí sérii KoMáRa. Jako vždy je v ní plno zajímavých příkladů.

Tak neváhejte a pusťte se do řešení! **Navíc nás 13.–15. března čeká další soustředko, takže sledujte KoMáRovské stránky,** na kterých se brzy spustí přihlašování.

Už teď se na vás všechny moc těšíme.

*Petr, Ivča, Souky, Šormík, Ondra, Filip, Meša, Bára, Vítek, Tom a dvě Katky*

Další informace na internetových stránkách <http://komar.math.muni.cz/>

# Informace

<http://komar.math.muni.cz>

## NOVINKY

Na našem webu se nyní série objevuje **dříve**, než vám přijdou opravené listy. Neváhejte a **řešte s předstihem!** Každý příklad sepište na **JEDNOTLIVÝ papír formátu A4!** Pod své jméno nám nyní můžete připsat i svůj email, abychom vás, pokud pravidelně nesledujete naše stránky, mohli rychleji kontaktovat v případě nenadálých změn. **Soustředění je na spadnutí, bedlivě sledujte naše stránky, kde se co nevidět spustí přihlašování!**

## Jak řešit

V každé sérii je osm příkladů, cílem však není vyřešit všechny, proto neváhej poslat byť i jediné řešení nebo jeho nástin. **Důležité je řešení pečlivě okomentovat**, pouze výsledek nebo změť rovnic nemůže dostat plný počet bodů - pamatuj, že opravující musí z tvého řešení pochopit tvůj tok myšlenek. **Každý vyřešený příklad sepiš na samostatný papír FORMÁTU A4, na každý list se podepiš, a uveď číslo úlohy**, dej je do obálky a do termínu odeslání dané série je odešli na níže uvedenou adresu. My tvé řešení opravíme a spolu s novou sérií ti ho pošleme zpět. Odevzdávat můžeš i online prostřednictvím našich webových stránek. **Spolu s řešením série nám pošli také svou adresu, kam ti máme posílat opravená řešení, a název školy a třídu, kde studuješ.**

## Příklady

Jak jsme již zmínili výše, čeká tě letos pět sérií po osmi úlohách, číslovaných 0. - 7. Pokud jsou příklady rozděleny na části a) a b), pak se žákům 6. a 7. tříd počítá lépe vyřešená z obou částí a žákům 8. a 9. tříd se počítá pouze část b) (za řešení částí a) nezískají žádné body).

## Hodnocení

Každý příklad se hodnotí zvlášť: za 0. příklad můžeš získat až 2 body, za úlohy 1. - 5. po 5 bodech, za 6. úlohu 7 bodů a za 7. úlohu 6 bodů, celkem lze tedy za sérii získat až 40 bodů. Pamatuj, lepší je kvalita než kvantita a pokud se ti podaří opravdu elegantní řešení, mohou se opravující rozhodnout ti udělit i nějaký ten bod navíc.

Řešení posílej na adresu:

KoMáR

Gymnázium Brno, tř. Kpt. Jaroše 14

658 70 Brno

S případnými dotazy ohledně semináře se můžeš obracet na:

**E-mail :** [komar@math.muni.cz](mailto:komar@math.muni.cz)

**Telefon :** 777 182 312 – Petr Pupík

774 908 966 – Iveta Nahodilová

**Web :** <http://komar.math.muni.cz/>

# Zadání třetí série

Termín Odevzdání: 28. 2. 2015

Sir Slepýš projížděl krajinou na svém bujném oři a příšerně se nudil. Dnes ráno si uvědomil, že ho vlastně panský život nebaví, lov ho nudí, učení ho nezajímá, starání se o žáby, které bylo rodovou tradicí, nemá rád, hudbě nerozumí a místo tance by radši snědl krajíc chleba, ale na zámku se chleba jíst nesměl, protože ten jedla chudina. A tak se vydal do světa s tím, že ho snad něco zaujme.

**Úloha 0.** *Nakreslete a popište stroj na bavení znuděných šlechticů.*

Od té doby, co vyrazil z domu, nepotkal živou duši. Všude v okolí byly pouze louky, a přestože se sebevíc snažil dostat na nějaké zajímavé místo, krajina byla stále jednotvárná a života na ní bylo jako na hřbitově. Když už chtěl celé to své malé dobrodružství vzdát a vrátit se domů, uviděl před sebou starý klášter s půdorysem pravidelného šestiúhelníku, který působil opuštěně. Škoda, že Slepýš nebyl matematik, protože jinak by ho určitě zaujal následující problém:

**Úloha 1.** *Mějme pravidelný šestiúhelník. Do vrcholů tohoto šestiúhelníku vepište čísla 1–6 tak, aby žádný ze součtů čísel na dvou sousedních vrcholech šestiúhelníku nebyl dělitelný dvěma, ani třemi.*

Dojel ke klášteru, sesedl z koně a otevřel mohutné dvoukřídlé dveře. Vešel dovnitř a než se stihl rozhlédnout, vyskočil před něj zdánlivě odnikud podivný mužík v dlouhém hávu a začal ihned mluvit: „Předpokládám, že jsi další hloupý těžkooděnc, který chce vysvobodit princeznu? Ani neodpovídej, proč bys sem jinak chodil. Takže nejprve musíš najít mrtvou a živou vodu, poté musíš porazit draka a nakonec musíš strávit noc ve zdejší věžičce. Máš na to dnešní a zítřejší den. Zítra v noci tě budu čekat v té věžičce, a když to všechno zvládneš, princezna je tvoje. Tak už utíkej, protože toho máš celkem dost na práci.“ S těmi slovy ho vystrčil z kláštera a zabouchl za ním dveře. Slepýš se před dveřmi kláštera zamyslel a řekl si, že stejně se vlastně nudí, tak proč by nešel splnit úkoly od toho podivného mužíka. A tak jel. Po nějaké době uviděl po straně cesty poustevníka. Poustevník ho zastavil a zeptal se ho: „Poslyš, dobrý muži, mám takový problém: Bádám nad otázkou, kterou mi kdysi dávno zadal jistý přítel a stále neznám řešení, mohl bys mi pomoci? Otázka zní: Pro která čísla platí, že jejich součet, součin i podíl se rovnají?“

**Úloha 2.** *Nalezněte dvě reálná čísla, jejichž součet, součin i podíl se rovnají.*

Sir Slepýš sebejistě pronesl ta jediná dvě čísla, která znal (počet starších bratrů, kteří toho zdědí více než on, a pak také jeho věk): „Určitě to budou čísla 5 a 20.“ „Ach, děkuji ti dobrý muži, jak jen se ti mohu odměnit?“ „Sháním živou a mrtvou vodu a draka, nevíte, kde bych něco takového mohl sehnat?“ „Tak to pro tebe mám skvělou zprávu, protože živou a mrtvou vodu opatruji já. A co se toho draka týče, když projdeš všechna okolní města, v nějakém z nich s ním určitě budou mít problémy.“ Poté mu dal živou a mrtvou vodu, ukázal mu cestu do nejbližšího města a jal se meditovat. Slepýš si od něj vzal vzácný dar, poděkoval mu a jel k nejbližšímu městu. Kdyby však znal zdejší oblast, zřejmě by si to postupné prozkoumávání všech měst v okolí rozmyslel, jelikož jich bylo víc než dost.

**Úloha 3.** *Měst v okolí bylo tolik, že kdybych od počtu měst v okolí odečetl jeho polovinu zvýšenou o 2, od výsledku odečetl polovinu výsledku zvýšenou o 3 a od výsledku odečetl jeho polovinu zvýšenou o 4, tak dostanu 12. Kolik je měst v okolí?*

Když Slepýš dorazil do nejbližšího města, nejprve zašel do hospody. Tam zjistil, že město žádný drak nesužuje a protože už byl večer, objednal si večeri a poté nocleh pro sebe i svého koně. Při večeri si přisedl k několika pánům, aby vyslechl, jestli je někde v okolí drak, ale vybral si špatný stůl, protože byl plný matematiků a tak se nedoslechl nic, co by ho zaujalo a šel spát. Schválně, jestli to zaujme vás ...

**Úloha 4.** *a) Pišme za sebou přirozená čísla 1, 2, 3, 4, ... Která číslice bude stát na 2014. místě?*

Když se Slepýš vzbudil a otevřel oči, čekalo ho nepříjemné překvapení: živou a mrtvou vodu mu někdo ukradl. Po důkladném prohledání pokoje se vydal do města hledat někoho, kdo to mohl ukrást, přestože to byl hodně zoufalý pokus. Samozřejmě, že do poledne nikoho nenašel. Řekl si, že už se musí vrátit, aby stihl tu noc ve zvonici, s tím, že třeba tu princeznu nějak ukecá i bez vod a bez draka. Ale ukázalo se, že se ztratil a nemůže najít svůj hostinec, ve kterém byl ustájen jeho kůň. Celý zoufalý byl nucen si půjčit jiného koně, a aby to stihl, musel přijmout první nabídku, která byla. I s povozem.

*b) Povož měl zajímavá kola, protože přední a zadní kola se neopotřebovávají stejně rychle. Kolo na přední straně je třeba vyměnit za nové po ujetí 25000km, na zadní straně po ujetí 15000km. Po kolika kilometrech je třeba vzájemně vyměnit kola na přední a zadní straně, abychom dojeli na těchto kolech co nejdále tedy, aby se kola měnila za nové současně?*

Jakmile si vypůjčil povoz, ihned vyrazil na cestu a ujížděl jak nejrychleji mohl směrem ke klášteru. Když se k němu blížil, slunce začalo zapadat. Slepýš si ale v té rychlosti nevšiml, že před ním někdo stojí, nestihl zabrzdit koně a porazil ho. Ihned seskočil z vozu a přiběhl ke sražené osobě. Ukázalo se, že je to nějaký muž, který působil, že pochází z prostého lidu a kromě toho, že je v bezvědomí, je v podstatě v pořádku. Slepýš se chystal pustit do nějakého ošetřování, když zjistil, že z poraženého vypadly dvě lahvičky, které mu připadaly podezřele povědomé. Vzal si je a přemýšlel, jestli v nich je doopravdy to, co si myslí anebo ty lahvičky vypadají úplně stejně. Z úvah ho vyrušil hlas mužika z kláštera: „Ty jsi to vážně dokázal! Našel jsi mrtvou a živou vodu a poté jsi porazil Draka! Gratuluji, už tě čeká jen závěrečná zkouška – noc ve věžičce – a princezna je tvoje!“ „Počkat, jakého draka?“ „No tady ten člověk na té zemi se jmenuje Drak a vzhledem k tomu, jak blízko je od kol tvého povozu, tak hádám, že jsi ho porazil ty, tak už nemluv a pojd' dovnitř na závěrečnou zkoušku.“ Poté mu vzal obě lahvičky s vzácnými vodami a dovedl ho až do věžičky kláštera. „Tak tady musíš strávit celou noc a uspěješ, pokud neopustíš tuto místnost, to je jediná podmínka.“ Zavřel za sebou a nechal ho v místnosti samotného. Slepýš chvíli čekal, a když se nic nedělo, šel si lehnout a usnul. Když se probudil, slyšel zvon, jak odbíjí půlnoc. Pokusil se znovu usnout, ale něco ho škrábalo na nose. Otevřel oči a přímo před sebou uviděl krysu, velkou bílou s červenými očima. V pozadí viděl zvláštní osobu, jak je pozoruje a když si všimla, že je vzhůru, pověděla: „Výborně, tak když už jste vstal, tak mi pojd'te pomoci vyřešit jeden, dva problémy.“ Slepýš si říkal, že to bude nějak souviset s jeho úkolem, tak se zvedl a šel. Přisedl si ke stolu k nevysokému muži oblečenému do dlouhého pláště ze sešitých zvířecích kůží, který mu řekl: „Tak první problém, se kterým si lámu hlavu, je, jak ze dvou kostí udělat torzo, či jak ze saga a sana udělat felice, dlouho se nad tímto problémem trápím, ale žádný z těch maníků, které mi správce zdejšího kláštera na noc posílá, si s tímto problémem nevěděl rady, co ty?“

**Úloha 5.** a) Nahrad'te písmena číslicemi tak, aby platil součet (stejná písmena znamenají stejné číslice, různá písmena různé číslice).

$$\begin{array}{r} KOST \\ + KOST \\ \hline TORZO \end{array}$$

b) Nahrad'te písmena číslicemi tak, aby platil součet (stejná písmena znamenají stejné číslice, různá písmena různé číslice).

$$\begin{array}{r} SAGO \\ + SANO \\ \hline |FELIC \end{array}$$

Slepýš bohužel znal čísla jen dvě a tak tuto úlohu nemohl vyřešit. Podivný muž se kvůli tomu poněkud rozzlobil a řekl, že tedy musí vyřešit jiný úkol, jinak ho trest nemine.

**Úloha 6.** Dokažte, že každé číslo ve tvaru  $10^n + 8$  ( $n$  je přirozené číslo) je dělitelné osmnácti.

Ani tentokrát Slepýši znalost dvou čísel nestačila a tak jeho zkoušející nejprve v obličejí zbělal, poté zrudl a nakonec zezelenal. Vytáhl pytel, který měl kousek od sebe celou dobu položený, otevřel ho a vyvalily se z něj desítky žab, které začaly po Slepýši skákat, ložit po něm a dokonce ho olizovat. Normální člověk by okamžitě z místnosti utekl, princezna neprincezna, ale Slepýš měl jen ve své posteli žab dvakrát tolik a tak mu zase takové starosti nedělaly. Po asi půl hodině to žáby přestalo bavit a rozutekly se. Muž, který je přinesl se nasupeně zvedl a odkráčel také.

Slepýš se mohl v klidu vyspat. Ráno ho probudil správce kláštera: „TO JE NEUVĚŘITELNÉ! Ty jsi to dokázal! Pojď, zavedu tě k princezně.“ Přes různá schodiště a malinkaté chodbičky ho dovedl až na střechu kláštera, kde stála osamělá, zahalená postava, která ze země vypadala jako socha. Přiblížil se k ní a chtěl jí sundat závoj, když uslyšel tichouneké bzzzz. Rozhlédl se, kde co bzučí a v tom ho bodl komár přímo do ucha. Slepýš se začal po komárovi tak divoce ohánět, až omylem shodil princeznu ze střechy dolů, kde shodou okolností stál Slepýšův povoz, se kterým se mu právě chystal rozzlobený Drak ujet pryč. Snad princezně pomohlo, že na povoze bylo několik stébel slámy, ale kolik a jak moc nebohé princezně pomohla, to už si musíte dopočítat sami.

**Úloha 7.** Hledáme přirozené číslo, které má tu vlastnost, že při dělení třemi dá zbytek 1, při dělení čtyřmi dává zbytek 2, při dělení pěti dává zbytek 3 a při dělení šesti dává zbytek 4. Najděte nejmenší takové číslo.

Tato aktivita je realizována v rámci veřejné zakázky Pilotní ověření systému popularizace technických a přírodovědných oborů vytvářením vazeb vysokých škol na školy nižších stupňů, která je součástí IPN Podpora technických a přírodovědných oborů (PTPO), reg. č. CZ.1.07/4.2.00/06.0005 . Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Popularizace vědy a výzkumu v přírodních vědách a matematice s využitím potenciálu MU  
CZ.1.07/2.3.00/45.0018



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ