

3.ročník
2014/2015

1. série

Rád/a si hraješ s matematikou? Rád/a zkoumáš nové myšlenky a postupy?

Pak právě pro tebe jsou tu Korespondenční-Matematické Rébusy, zbrusunový korespondenční matematický seminář pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Seminář je organizován studenty Gymnázia Brno, tř. Kpt. Jaroše 14, pod záštitou Ústavu matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty Masarykovy Univerzity.

Milí řešitelé,

Prázdniny jsou ty tam a září nám už taky doklepal na dveře. S říjnem přichází i zbrusu nová řada KoMáRa. Je plná zajímavých logických i početních příkladů a k tomu zabalená do dalšího příběhu, takže se při jejím řešení určitě nebudeš nudit.

KoMáR, tedy Korespondenční Matematické Rébusy, je korespondenční seminář z matematiky pořádaný studenty Gymnázia na třídě Kapitána Jaroše 14 v Brně. Předcházeli mu dlouholetý seminář Pikomat. Tentokrát je určen žákům druhých stupňů základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Letos se opět můžeš těšit na 5 sérií po 8 příkladech zabalených v komáří příběhu.

Pokud se nechceš s KoMáRem setkávat jen na papíře a máš chuť vyrazit s jeho autory na matematický víkend je tu pro tebe i naše PODZIMNÍ SOUSTŘEDĚNÍ! Poznáš nové přátele, zahraješ si spoustu her a dozvíš se nové informace z matematiky zábavnou formou.

Toto soustředění je financováno Přírodovědeckou fakultou Masarykovy univerzity, proto se za něj platí pouze minimální poplatek. Tentokrát se bude konat v okolí Blanska. Pokud máš chuť se zúčastnit, sleduj naše stránky, kde se v blízké době objeví další informace.

A abychom nezapomněli,
na konci roku čekají nejlepší řešitele sérií zajímavé ceny! Tak neváhej a pusť se do počítání.

Těšíme se na tvá řešení.

Petr, Ondra, Souky, Šormík, Ivča, Monča, Vítek, Meřa, Filip, Bára a dvě Katky

Další informace na internetových stránkách <http://komar.math.muni.cz/>

Informace

<http://komar.math.muni.cz>

Jak řešit

V každé sérii je osm příkladů, cílem však není vyřešit všechny, proto neváhej poslat byť i jediné řešení nebo jeho nástin. Důležité je řešení pečlivě okomentovat, pouze výsledek nebo změť rovnic nemůže dostat plný počet bodů - pamatuj, že opravující musí z tvého řešení pochopit tvůj tok myšlenek. Každý vyřešený příklad sepiš na samostatný papír, na každý list se podepiš a uveď číslo úlohy, dej je do obálky a do termínu odeslání dané série je odešli na níže uvedenou adresu. My tvé řešení opravíme a spolu s novou sérií ti ho pošleme zpět. Odevzdávat můžeš i online prostřednictvím našich webových stránek. Spolu s řešením první série nám pošli také svou adresu, kam ti máme posílat opravená řešení, a název školy a třídu, kde studuješ.

Příklady

Jak jsme již zmínili výše, čeká tě letos pět sérií po osmi úlohách, číslovaných 0. - 7. Pokud jsou příklady rozděleny na části a) a b), pak se žákům 6. a 7. tříd počítá lépe vyřešená z obou částí a žákům 8. a 9. tříd se počítá pouze část b) (za řešení částí a) nezískají žádné body).

Hodnocení

Každý příklad se hodnotí zvlášť: za 0. příklad můžeš získat až 2 body, za úlohy 1. - 5. po 5 bodech, za 6. úlohu 7 bodů a za 7. úlohu 6 bodů, celkem lze tedy za sérii získat až 40 bodů. Pamatuj, lepší je kvalita než kvantita a pokud se ti podaří opravdu elegantní řešení, mohou se opravující rozhodnout ti udělit i nějaký ten bod navíc.

Řešení posílej na adresu:

KoMáR

Gymnázium Brno, tř. Kpt. Jaroše 14

658 70 Brno

S případnými dotazy ohledně semináře se můžeš obracet na:

E-mail : komar@math.muni.cz

Telefon : 777 182 312 – Petr Pupík

774 908 966 – Iveta Nahodilová

Web : <http://komar.math.muni.cz/>

Zadání první série

Termín Odevzdání: 11. 11. 2014

Žil byl kdysi dávno za devatero horami a devatero řekami komár Sosík. Narodil se do prosté rodiny sloužící na hradě Sosštejnu, kde panoval starobylý komáří rod Sosáků.

Úloha 0. *Nakreslete, jak by mohl vypadat rodový erb, a vymyslete, jaké bude heslo rodu.*

Jeho rodiče s ním neměli žádné velké plány a nic od něj neočekávali (což byla velká škoda, protože měl velký matematický potenciál, i když o tom nevěděl), a tak po jejich smrti zastal jejich místo a stal se sloužícím. Na hradě v té době panovali dva bratři: starší se jmenoval Krvesosalodmlada, zkráceně Krves a byl mazaný jako liška. Druhý bratr se jmenoval Násoska. Byl velmi výbušný, a když denně nevypil tři džbánky krve, tak nebylo radno držet se v jeho blízkosti. Za jejich panování ovšem Sosštejn nebyl příjemné místo. Cestující se mu většinou obloukem vyhýbali, a když už se zastavili, tak to se začaly dít věci! Hradní páni se začali chovat jako pomatení a hloupými nápady ohrožovali všechny návštěvníky. Ne, že by někdy chtěli nějakou neplechu provést Sosíkovi - ten na hradě lítal od jedné práce k druhé a dělal všechno od zametání stropů přes utírání lustrů po dolívání džbánek krve - ale ostatní takové „šťěstí“ neměli. Ačkoli je zase pravda, že to pak často hradním pánům náležitě oplatili. To tak zrovna jednou si bratři na hrad pozvali na hostinu třináct komárů...

Úloha 1. *Do hradu, který měl jen 12 volných pokojů, přišlo 13 cizinců a každý chtěl mít pokoj pro sebe. Vrátný dal každému vlastní pokoj následně: Třináctého požádal, aby chvíli počkal s prvním hostem v pokoji číslo 1. Tedy v prvním pokoji byli dva. Třetího dal do pokoje číslo 2, čtvrtého do pokoje číslo 3 a tak dále až dvanáctého dal do pokoje číslo 11. Potom se vrátil do jedničky, zavolal třináctého hosta a ubytoval ho v prázdném pokoji číslo 12. Jak je to možné??*

Po složitém ubytování mohla hostina konečně začít. Díky ne úplně nejlepším vladařským schopnostem dvou bratrů však bylo veškeré služebnictvo zaměstnáno pracemi na hradě. Nebyl tu tedy nikdo, kdo by hosty mohl obsloužit. A tehdy se začal projevat Sosíkův talent. Napadlo ho, že každý služebník může dostat své číslo a chvíli se starat o hosty spolu s dalšími pěti (vzhledem k velikosti hostiny se to jevílo jako adekvátní počet) služebníky. Poté se vystřídají a půjdou dělat svoji práci. Za nějakou dobu nastoupí zase ke službě pro hosty. Sosík ochotně přijal roli zapisovatele. Měl za úkol hlídat, aby všechna čísla byla stejnou dobu u své práce a stejnou dobu u hostů. Jak si všechna ta čísla psal, zaujalo ho tohle: Ať už na hostině byla jakákoli kombinace šesti čísel, vždy se mezi nimi našla dvě, jejichž rozdíl byl dělitelný pěti...

Úloha 2. *Dokažte, že mezi šesti libovolně zvolenými přirozenými čísly jsou vždy dvě taková, že jejich rozdíl je dělitelný pěti.*

Když hostina končila, nastala konverzace na téma, která krevní skupina je nejchutnější, jestli 0, nebo AB. Při ní se Násoska s jedním z hostů, komárem Bodalem, strašlivě pohádal. Bodal tvrdil, že nejlepší je 0, zatímco Násoska byl pro AB. Když už to vypadalo na rvačku, která by jistě skončila zlomenými křídly či sosáky, vložil se do toho Krves s tím, že by bylo vhodnější poměřit své síly mimo hodovní místnost, například na hradním hřišti. Nápad se všem zalíbil a tak se hned letělo. První disciplínou bylo přenášení pytlů se zátěží, a aby to nebylo tak snadné, pytle se přenášely rovnou dva. Na závody se samozřejmě přišel podívat i Sosík a hned dostal za úkol zvážit pytle, aby se vědělo, jakou zhruba zvolit délku tratě, aby ji závodníci měli šanci uletět.

Úloha 3. *Sosík má dva pytle. Když zvážil první pytel, tak mu váha ukázala 67 mg. Poté zvážil druhý pytel a ten měl váhu 59 mg. Protože Sosík chtěl být důsledný, tak zvážil i oba pytle najednou. Váha ukázala 131 mg. To se ale Sosík podívil, jelikož $67 + 59$ se nerovná 131 mg. Poté si ale všiml, že váha má ohnutou ručičku a hned věděl, kde se stala chyba. Kolik ve skutečnosti vážil každý pytel?*

Hned, jak se zvolila vhodná délka tratě, začal závod. Od počátku bylo jasné, že Bodal je mnohem rychlejší a nikoho tedy nepřekvapilo, že vyhrál. Násosku to velice dopálilo, zrudl tak jak jen to u komára jde a odletěl pryč, aniž by se účastnil další disciplíny. Krves tedy prohlásil za vítěze disciplíny Bodala a všichni se vrátili zase do hradu. Tam znovu započala diskuze na téma, která krev je nejchutnější. Možná to bylo díky Bodalovu vítězství, možná má většina komárů chutě jako Bodal, zkrátka všichni s ním teď souhlasili. Krves je chvíli poslouchal a pak se zmínil, že se prý po nule velmi špatně létá. Polovina komárů mu přisvědčila, že je to prý pravda, ale Bodal a druhá polovina komárů v místnosti byla rozhodně proti. Všichni to chtěli hned otestovat a letělo se ven. Krves jim dal za úkol proletět hradní podzemí, které nebylo ve skutečnosti nic jiného, než obrovský labyrint. Po krátkém přemýšlení všichni souhlasili, protože si říkali, že nějaký labyrint určitě proletět dokáží. Krves je dovedl do místnosti a zavřel za sebou dveře. Sosík šel s nimi, protože ho zajímalo, jak že to tedy s tou nulou je. Příliš pozdě si uvědomil, že Krves má v plánu zamknout dveře. A tak zůstal v labyrintu s dalšími třinácti komáry a neměl jinou možnost, než proletět labyrint s nimi. Nejprve se přepočítali a pak se vydali na cestu. Sosík jim po cestě povídal, že to pravděpodobně nebude úplně obyčejný labyrint. Co slyšel o hradním podzemí, budou jim určitě v cestě bránit různé překážky. Po chvíli doletěli na rozcestí a tam se rozdělili; jedna půlka letěla vlevo a druhá (se Sosíkem) vpravo. Sosíkova skupina letěla svou chodbou, až dolétla do místnosti, ve které byly pouze tři vypínače a dveře. Byl na nich papír s úkolem a upozorněním, že pokud úkol nesplní, nebudou moci pokračovat dál.

Úloha 4. a) Stojíte v místnosti, ve které jsou tři vypínače a dveře. Dveře vedou chodbou do druhé místnosti, ve které jsou tři žárovky. Každá žárovka je propojena s jedním z vypínačů ve druhé místnosti. Z místnosti s vypínači není vidět do druhé místnosti. Vypínače jsou označeny zapnuto/vypnuto. Máte zjistit, která žárovka patří ke kterému vypínači za následujících podmínek: 1. V místnosti s vypínači můžete být, jak dlouho chcete. 2. Zapínat a vypínat můžete kterýkoli vypínač, kolikrát chcete. 3. Až skončíte v místnosti s vypínači, projdete dveřmi do místnosti se žárovkami. 4. Jakmile projdete dveřmi do místnosti se žárovkami, nesmíte se vrátit zpět do místnosti s vypínači a musíte určit, která žárovka patří ke kterému vypínači.

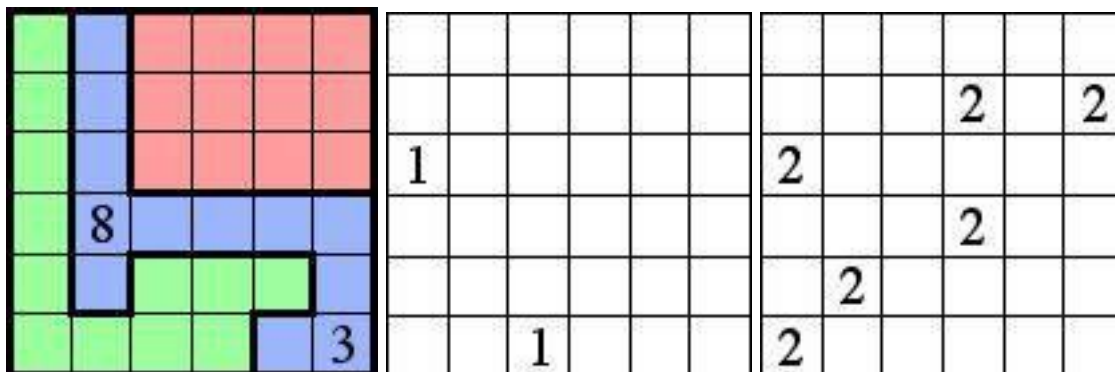
Přibližně ve stejnou chvíli, kdy Sosíkova skupina doletěla do místnosti s vypínači, se druhé skupině zničeho nic zjevil duch a povídá: „Jsem duch z pradávných časů a kdysi jsem vládl na tomto hradě, ale dnes strážím tajemství hradního podzemí a dál nepustím nikoho, kdo neuhodne mou hádanku!“

b) Do Města mudrců přijde cizinec a praví: „V tomto městě je alespoň jedna nevěrná komáříce. Kdo z vás zjistí, že je to ta jeho, ať ji následující noci zabije a pro výstrahu ostatním ji přinese na náměstí.“

Každý z mudrců ví o ostatních komářících, jen o té své ne. Přesně za týden jsou na náměstí všechny nevěrné komáříce. Kolik jich je?

Komáři se ovšem ducha vylekali a letěli od něj tak rychle, že stihli ještě Sosíkovu skupinu těsně před tím, než se zavřeli dveře místnosti se žárovkami a tak mohli pokračovat dohromady. Kdyby nebylo Sosíka, tak by se nejspíš celá skupina rychle ztratila. Ostatní komáři totiž chtěli náhodně volit směr a to by skončilo tím, že by tam bloudili věky. Ale Sosíka napadlo, že pokud se budou stále držet jedné zdi, tak dříve nebo později určitě celý labyrint projdou. Spousta komárů se s ním sice hádala, že to bude strašně dlouhá cesta, ale nakonec všechny přesvědčil, aby se šlo podle něj. Jak tak šli, tak si Sosík začínal všimnout struktury chodeb, kterými letěli. Chodby se daly rozdělit do částí, které připomínaly byty tím, že měly vždy stejně barevné zdi. Každý “byt” se dále dělil do tří pokojů. Dále si Sosík všiml, že je i nějaký systém ve výstavbě těchto pokojů, ale nemohl přijít na to jaký...

Úloha 5. a) Rozdělte byt na tři obsahem stejně velké pokoje (každý ze dvanácti čtverečků) tak, aby čísla udávala počet čtverečků, které jsou vidět z daného bodu horizontálně či vertikálně (přes zed' vidět není :). Na obrázku je vzorové řešení



Po dlouhém bloudění v labyrintu a tomto zapeklitém úkolu byli komáři už tak vyčerpaní, že si sedli v chodbě na bobek a jeden z nich vybalil krvoládu na posilněnou.

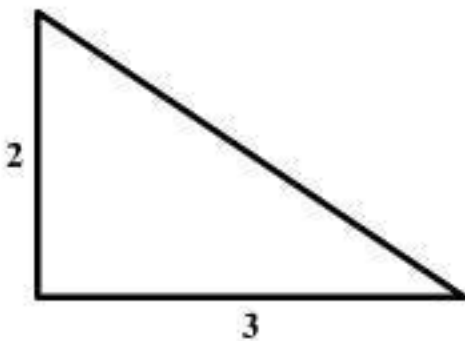
b) Máte krvoládu 5×12 čtverečků. Dva hráči se střídají v odlamování krvolády podél čar. Prohrává ten, kdo jako první odlomí kousek 1×1 . Který z hráčů má vítěznou strategii? Popište ji.

Poté se vydali zase na cestu, unaveně létali sem a tam, nikdo už nevěděl, kde se nacházejí a pak najednou uviděli na konci jedné chodby světlo, vydali se za ním a najednou byly k velké radosti a slávě z labyrintu venku. Tam už je čekali Krves s Násoskou, co stopovali čas a byli velice překvapeni tím, že to tak rychle stihli. Jistě tedy švindlovali, nikdo se ještě z labyrintu nedostal tak rychle. To Bodala a jeho kamarády velice rozhorčilo a urazilo. Nnasupeně proti nim vylétli. Krves a Násoska udělali to nejlepší, co mohli: vzali nohy na ramena a letěli od hradu, jak nejrychleji to šlo. Ostatní komáři po chvíli jejich pronásledování vzdali a tak si alespoň vybili svůj vztek na jejich hradu a rozbili tam, co se dalo. Shazovali lustry, proráželi dveře, rozbíjeli nábytek a vyhazovali unikátní sbírky rodu Sosáků z okna. A Krves s Násoskou se na to z úkrytu dívali a bědovali a Sosík se na to díval také a bědoval ještě víc, protože mu bylo jasné, že on to bude uklízet. Asi největší katastrofa byla, že takto na zahradu byla vyhozena i semínka různých rostlin, která rod za ta léta nashromáždil, takže po čase začaly hrad obrůstat desítky rostlin a hradní páni si museli objednat ovci (což je pro komára trochu problém, protože to řeší tak, že poprosí zlatohlávka, ten poprosí roháče, ten poprosí hlemýždě, ten poprosí slimáka, ten poprosí ještěrku, ta poprosí užovku a ta poprosí krajtů, jestli by neobjednala ovci) a k ní ještě matematika, který zjistil, jak má být ovce přivázána, aby vyžrala co nejvíce zarostlý prostor.

Úloha 6. *Když přivážeme ovci k jednomu kolíku provazem, tak vyžere z trávy kruh. Pokud protáhneme kroužkem u krku provaz, jehož konce přivážeme ke dvěma kolíkům, vyžere nám elipsu. Budeme-li chtít ovál, tak napneme provaz mezi dva kolíky, na něj navlečeme kroužek, a na ten přivážeme provaz, na jehož druhém konci je ovce. Jak přivázat ovci, aby nám vyžrala v trávě čtverec? Máte provazy, kroužky a jednu ovci.*

Bylo jasné, že hrad bude potřeba kompletně renovovat, od nového nábytku, přes lustry a dveře až po novou podlahu. Dlouho se přemýšlelo o tom, jaký bude mít podlaha na různých místech hradu vzor. Největší problém nastal v uvítací hale, která měla tvar pravoúhlého trojúhelníku, a trvalo strašně dlouho, než někoho napadlo něco uspokojivého.

Úloha 7. *Rozdělte tento trojúhelník na 13 stejných trojúhelníků podobných původnímu.*



Snad tyto všechny problémy naučí pány ze Sosštejnu chovat se příště ke svým hostům uctivě. I když u nich dvou si jeden nemůže být nikdy jistý.

Tato aktivita je realizována v rámci veřejné zakázky Pilotní ověření systému popularizace technických a přírodovědných oborů vytvářením vazeb vysokých škol na školy nižších stupňů, která je součástí IPN Podpora technických a přírodovědných oborů (PTPO), reg. č. CZ.1.07/4.2.00/06.0005 . Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Popularizace vědy a výzkumu v přírodních vědách a matematice s využitím potenciálu MU
CZ.1.07/2.3.00/45.0018



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ